

Hautes théories de jauge dans le contrôle des systèmes quantiques ouverts

Soutenance d'Habilitation à Diriger des Recherches

David Viennot

Université de Bourgogne-Franche-Comté, Institut UTINAM, École doctorale
Carnot-Pasteur

19 juin 2017



- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
- 3 Le contrôle adiabatique
- 4 Géométrie quantique
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
- 6 Conclusion

Motivations

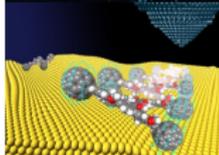
Le contrôle quantique est une démarche fondamentale pour :



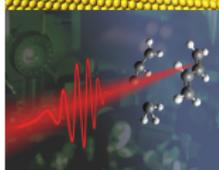
l'information quantique (manipulation de qubits)



l'imagerie par résonance magnétique



le pilotage de machines moléculaires



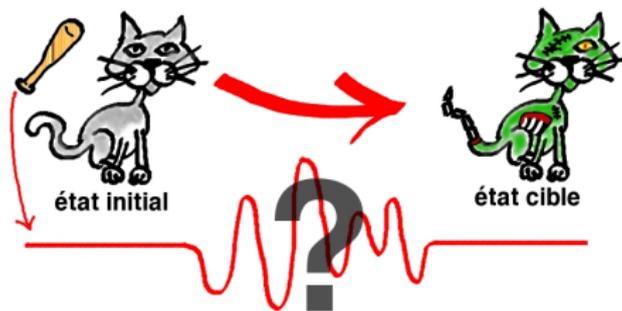
le pilotage de réactions chimiques

Définition

Définition (Contrôle quantique)

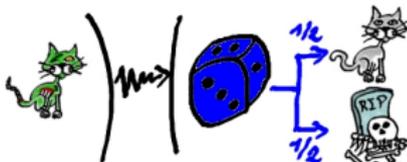
- un système quantique d'espace des états E ;
- un système classique caractérisé par des paramètres $x \in M$;
- $\omega_{target} \in E$ une cible prédéterminée.

On cherche $[0, T] \ni t \mapsto x(t) \in M$ tel que $\|\omega_T - \omega_{target}\| < \epsilon$ pour ϵ le plus petit possible.



Phénomènes dynamiques induits par l'environnement

Décohérence



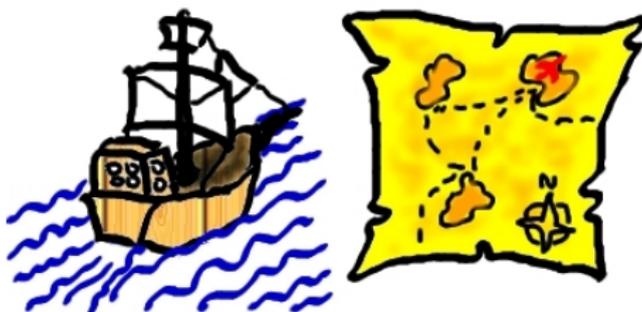
Relaxation



Contre-réaction



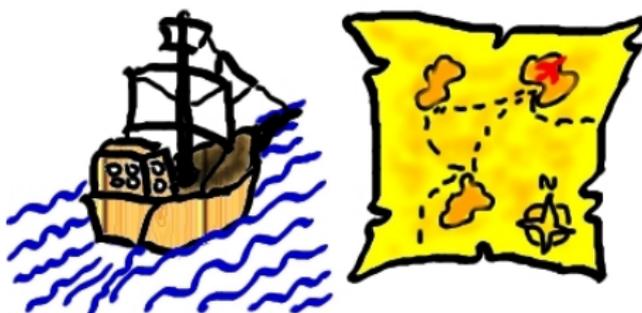
Démarche méthodologique



- 1 Modéliser le système et son environnement.
- 2 Développer un cadre de résolution du problème inverse.
- 3 Géométriser le problème et dresser la “cartographie” du paysage de contrôle et la “topographie” des courants de “décohérence”.
- 4 Élaborer des stratégies pour atteindre l’objectif du contrôle en louvoyant avec la décohérence et la relaxation.

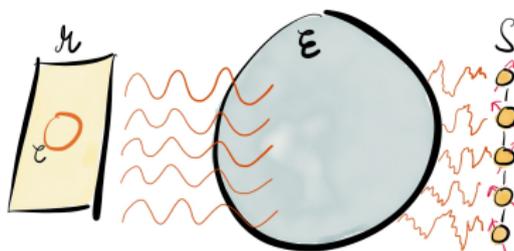
- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
 - Systèmes asservis ou bruités
 - Systèmes purement dissipatifs
 - Systèmes intriqués
- 3 Le contrôle adiabatique
- 4 Géométrie quantique
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
- 6 Conclusion

Démarche méthodologique



- 1 Modéliser le système et son environnement.
- 2 Développer un cadre de résolution du problème inverse.
- 3 Géométriser le problème et dresser la “cartographie” du paysage de contrôle et la “topographie” des courants de “décohérence”.
- 4 Élaborer des stratégies pour atteindre l’objectif du contrôle en louvoyant avec la décohérence et la relaxation.

Principe de la distorsion du contrôle



$$M \times \Gamma \ni (x, \delta y) \mapsto H(x, \delta y) \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_S)$$

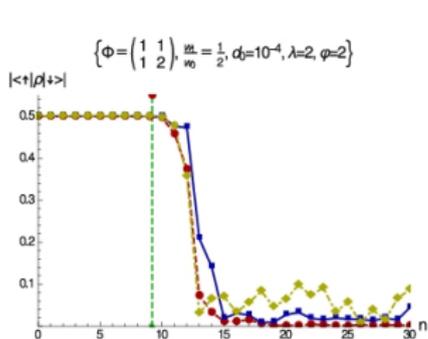
M variété de contrôle, Γ espace de phase du bruit.

$$i\hbar \dot{\Psi} = \left(\sum_{i=1}^N 1_{\mathcal{H}_S^{\otimes(i-1)}} \otimes H(x(t), \delta y_i(t)) \otimes 1_{\mathcal{H}_S^{\otimes(N-i)}} + H_{int} \right) \Psi(t)$$

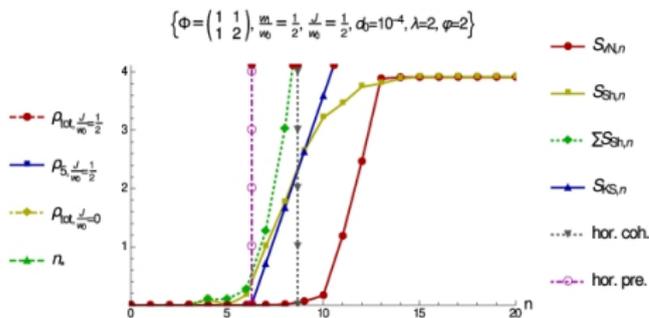
$$\rho_{tot}(t) = \mathbb{E}(\rho_{\bullet}(t))$$

$$\rho_i = \text{tr}_{1, \dots, \hat{i}, \dots, N} |\Psi\rangle\langle\Psi|$$

Exemple : chaîne de spins (Heisenberg) asservie à un chat d'Arnold



cohérence du spin moyen de la chaîne
 cohérence d'un spin de la chaîne
 spin moyen d'un ensemble sans interaction
 horizon de cohérence



entropie de von Neumann de la chaîne
 entropie de Shannon du bruit
 entropie de Shannon cumulée du bruit
 droite de pente l'entropie de Kolmogorov-Sinaï
 horizon de cohérence
 horizon de prédictibilité

Approche de Schrödinger-Koopman

Représentation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{d\tilde{\psi}(t; \theta)}{dt} = H(x(t), \varphi^t(\theta)) \tilde{\psi}(t; \theta)$$

$\tilde{\psi} \in \mathcal{H}_S$, $\tilde{\psi}(0) = \psi_0$, $\theta \in \Gamma$ (condition initiale du système classique), φ^t flot du système classique.

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \mathbb{E}(|\tilde{\psi}(t; \bullet)\rangle \langle \tilde{\psi}(t; \bullet)|) \\ &= \int_{\Gamma} |\tilde{\psi}(t, \theta)\rangle \langle \tilde{\psi}(t, \theta)| \rho_0(\theta) d\mu(\theta) \end{aligned}$$

ρ_0 distribution des conditions initiales sur Γ .

Représentation de Schrödinger-Koopman

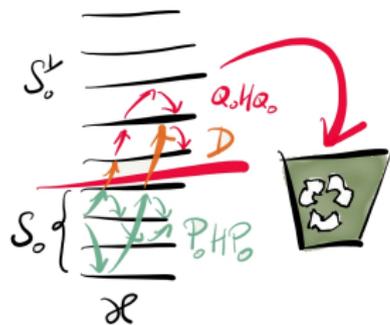
$$i\hbar \frac{\partial \psi(\theta, t)}{\partial t} = (H(x, \theta) - i\hbar F^\mu(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta^\mu}) \psi(\theta, t)$$

$$\begin{aligned} \psi &\in \mathcal{H}_S \otimes L^2(\Gamma, d\mu), \\ \psi(\theta, 0) &= \psi_0 \otimes \sqrt{\rho_0(\theta)}, \quad \dot{\theta} = F(\theta(t)). \end{aligned}$$

$$\rho(t) = \text{tr}_{L^2(\Gamma, d\mu)} |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|$$

$$\tilde{\psi}(t; \theta) = \psi(\varphi^t(\theta), t)$$

Principe de la modélisation non-hermitienne



$$\mathcal{H}_S = S_0 \oplus S_0^\perp \rightarrow S_0$$

$$H \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_S) \rightarrow H^{eff} = P_0 H P_0 + D \in \mathcal{L}(S_0)$$

$$H^\dagger = H \rightarrow H^{eff\dagger} \neq H^{eff}$$

S_0 espace actif dans lequel l'essentiel de la dynamique se projette.

Le dissipateur D modélise les pertes de S_0 vers S_0^\perp .

$$i\hbar\dot{\psi} = H^{eff}\psi \Rightarrow \|\psi(t)\|^2 \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$$

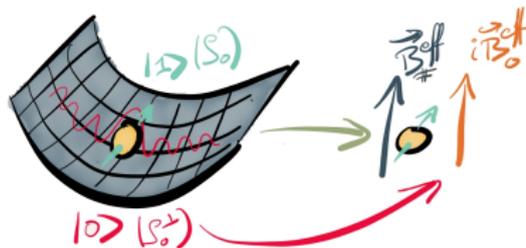
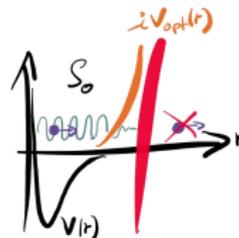
$\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$ n'est pas pur au sens où $\text{tr}(\rho(t)^2) = \|\psi(t)\|^4 \leq 1$.

Exemples d'Hamiltoniens effectifs

Émission spontanée vers un état sombre



Frontière absorbante



Spin localisé en espace-temps courbe

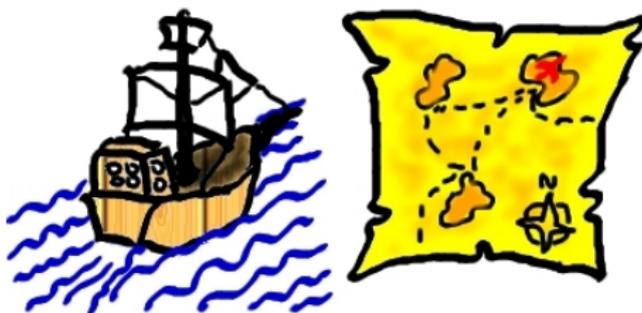
La structure de C^* -module

$$H = H_S \otimes 1 + 1 \otimes H_E + H_{int} \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_E)$$

<p>Systèmes fermés</p> <p>corps \mathbb{C}</p> <p>espace de Hilbert \mathcal{H}</p> <p>$\langle \psi \phi \rangle \in \mathbb{C}$</p> <p>$\ \psi\ ^2 \in \mathbb{R}^+$</p>		<p>Systèmes intriqués</p> <p>C^*-algèbre $\mathfrak{a} = \mathcal{L}(\mathcal{H}_S)$</p> <p>$C^*$-module $\mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_E$</p> <p>$\langle \psi \phi \rangle_* = \text{tr}_E \phi\rangle \langle \psi \in \mathfrak{a}$</p> <p>$\ \psi\ _*^2 = \rho \in \mathcal{D}(\mathcal{H}_S)$</p>
--	--	---

- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
- 3 Le contrôle adiabatique
 - Contrôle adiabatique des systèmes fermés
 - Contrôle adiabatique des systèmes ouverts
- 4 Géométrie quantique
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
- 6 Conclusion

Démarche méthodologique



- 1 Modéliser le système et son environnement.
- 2 Développer un cadre de résolution du problème inverse.
- 3 Géométriser le problème et dresser la “cartographie” du paysage de contrôle et la “topographie” des courants de “décohérence”.
- 4 Élaborer des stratégies pour atteindre l’objectif du contrôle en louvoyant avec la décohérence et la relaxation.

Le théorème adiabatique pour les systèmes fermés

$$H(x)\phi_a(x) = \lambda_a(x)\phi_a(x)$$

avec λ_a de classe \mathcal{C}^1 et ϕ_a de classe fortement \mathcal{C}^2 .

$$\psi_0 = \sum_{a \in I} c_a \phi_a(x(0))$$

Soit \mathcal{C} un chemin \mathcal{C}^1 dans M défini par $t \mapsto x(t)$.

Si \mathcal{C} ne conduit à aucun croisement des $\{\lambda_a\}_a$ et est parcouru "lentement" (régime adiabatique fort) :

$$\psi(t) = \sum_{a \in I} c_a e^{i(\delta_a(t) + \gamma_a(t))} \phi_a(x(t)) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{T}\right)$$

avec $\delta_a(t) = -\hbar^{-1} \int_0^t \lambda_a(x(t)) dt$ et $\gamma_a = i \int_{\mathcal{C}: x(0) \rightarrow x(t)} \langle \phi_a(x) | d\phi_a(x) \rangle$.

Si \mathcal{C} passe par des croisements coniques, on a en plus un mélange des coefficients $\{c_a\}_a$ (régime adiabatique faible).

La résolution du problème inverse

$$\begin{array}{ccc}
 \text{contrôle} & & \text{système quantique} \\
 (e^{\gamma_a(t)})_{a \in I} & \xleftarrow{f_*} & \sum_{a \in I} e^{\lambda(\delta_a(t) + \gamma_a(t))} |\phi_a(x(t))\rangle \langle \phi_a(x(0))| \\
 \pi \downarrow & & \uparrow \text{Hol} \\
 x & \xrightarrow{f} & \{|\phi_a(x)\rangle \langle \phi_a(x)|\}_a
 \end{array}$$

$$\text{Hol}[t \mapsto f(x(t))]\psi(0) = U_{\text{target}}\psi(0) \iff \{t \mapsto x(t)\} = \pi(f_*(U_{\text{target}})).$$

Vecteurs propres pertinents pour les systèmes ouverts ?

■ Systèmes bruités : états de quasiénergie.

$$(H(x, \theta) - i\hbar F^\mu(\theta)\partial_\mu) \phi_a(x, \theta) = \chi_a(x)\phi_a(x, \theta)$$

$$\phi_a \in \mathcal{H}_S \otimes L^2(\Gamma, d\mu), \chi_a \in \mathbb{R}; e^{-\int_C A_a - \int_\Gamma \eta_a d\mu} \in U(1)$$

$$A_a = \langle\langle \phi_a | d\phi_a \rangle\rangle \in \Omega^1(M, i\mathbb{R}), \eta_a = i\hbar F^\mu(\theta) \langle \phi_a(\theta) | \partial_\mu \phi_a(\theta) \rangle \in i\mathbb{R}$$

■ Systèmes dissipatifs : vecteurs propres droits de H^{eff} .

$$H^{eff}(x)\phi_a(x) = \lambda_a(x)\phi_a(x) \quad H^{eff}(x)^\dagger \phi_a^*(x) = \overline{\lambda_a(x)}\phi_a^*(x)$$

$$\phi_a, \phi_a^* \in \mathcal{H}_S, \lambda_a \in \mathbb{C}; e^{-\int_C A_a - \int_0^T \eta_a dt} \in \mathbb{C}^*$$

$$A_a = \langle \phi_a^* | d\phi_a \rangle \in \Omega^1(M, \mathbb{C}), \eta_a = \langle \phi_a | \dot{\Omega} | \phi_a \rangle \langle \phi_a | \phi_a \rangle^{-1} \in \mathbb{C}$$

■ Systèmes intriqués : vecteurs de valeurs propres non-commutatives.

$$H(x)\phi_a(x) = \mathfrak{E}_a(x)\phi_a(x)$$

$$\phi_a \in \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_\mathfrak{E}, \mathfrak{E}_a \in \mathfrak{a} = \mathcal{L}(\mathcal{H}_S); \mathbb{P}e^{-\int_C \mathfrak{A}_a + \eta_a} \in \mathfrak{a}$$

$$\mathfrak{A}_a = \langle \phi_a | d\phi_a \rangle_* \rho_a^{-1} \in \Omega^1(M, \mathfrak{a}), \eta_a \in \Omega^1(M, \mathfrak{h})$$

Régimes adiabatiques fort et faible

Cas des systèmes bruités et intriqués :

Theorèmes adiabatiques forts et faibles obtenus dans le cas du couplage perturbatif entre S et \mathcal{E} .

Condition supplémentaire : non-résonance entre les transitions de S et \mathcal{E} !

(spectre de Koopman ou de Lyapunov quand $\mathcal{E} = L^2(\Gamma, d\mu)$).

⇒ Problème avec les grands environnements de spectre continu!!!

Régimes adiabatiques fort et faible

Cas des systèmes dissipatifs :

Compétition entre adiabaticité et dissipation.

⇒ Les théorèmes adiabatiques (Nenciu-Rasche 92, Joye 07) montrent que :

Condition supplémentaire : Rester sur le(s) état(s) de moindre dissipation !

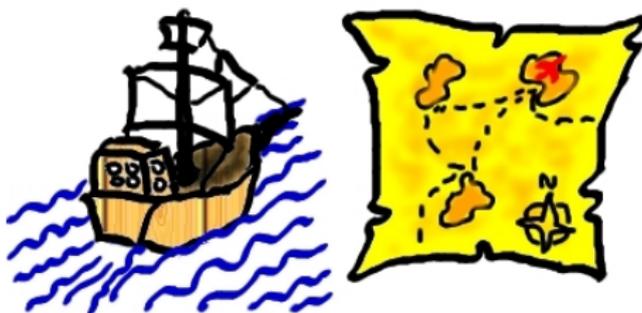
sinon la qualité de l'approximation adiabatique risque d'être très faible.

Solution : Régime presque adiabatique en utilisant des vecteurs propres "corrigés".

- corrections itératives par renormalisation superadiabatique ;
- correction "non-linéaire" par des opérateurs d'onde généralisés.

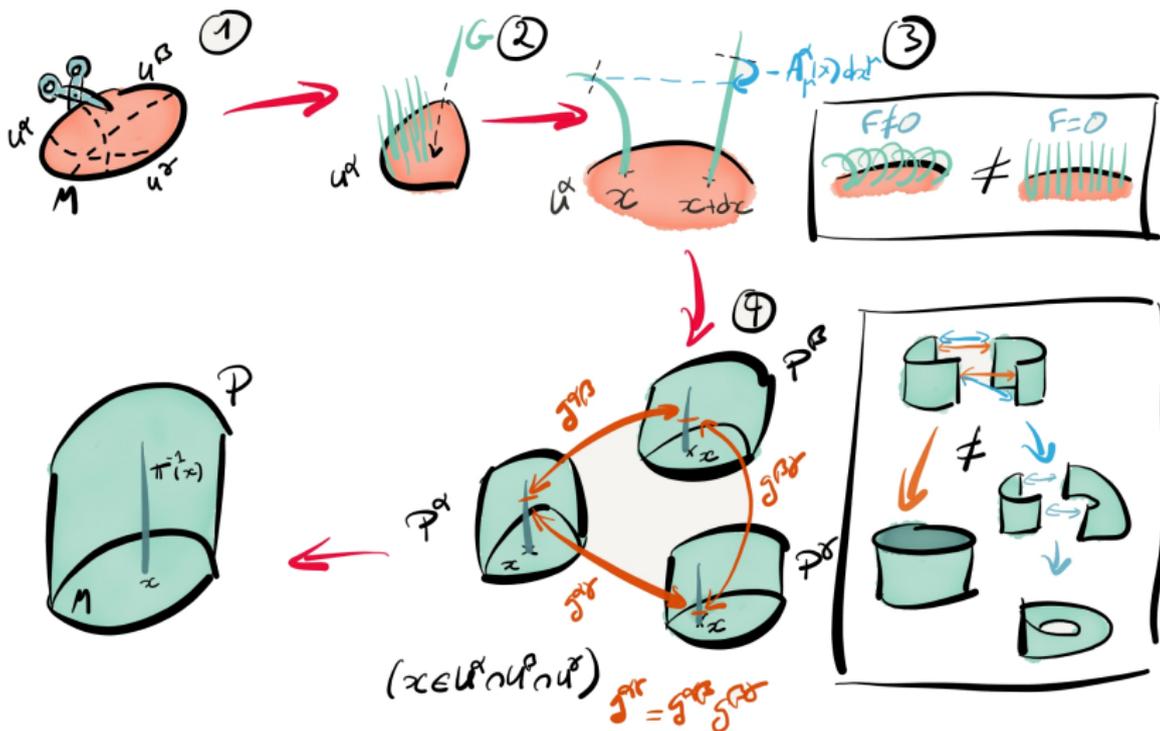
- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
- 3 Le contrôle adiabatique
- 4 Géométrie quantique
 - Fibrés
 - Fibrés catégoriques
 - Cartographie
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
- 6 Conclusion

Démarche méthodologique

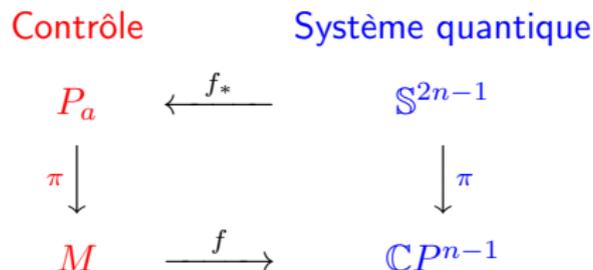


- 1 Modéliser le système et son environnement.
- 2 Développer un cadre de résolution du problème inverse.
- 3 Géométriser le problème et dresser la “cartographie” du paysage de contrôle et la “topographie” des courants de “décohérence”.
- 4 Élaborer des stratégies pour atteindre l’objectif du contrôle en louvoyant avec la décohérence et la relaxation.

Construction d'un espace fibré



Le fibré adiabatique (systèmes fermés)



$$\mathcal{H}_S \simeq \mathbb{C}^n$$

\mathbb{S}^{2n-1} : variété des états normés

$\mathbb{C}P^{n-1}$: variété des états normés sans phase (projecteurs ortho. de rang 1).

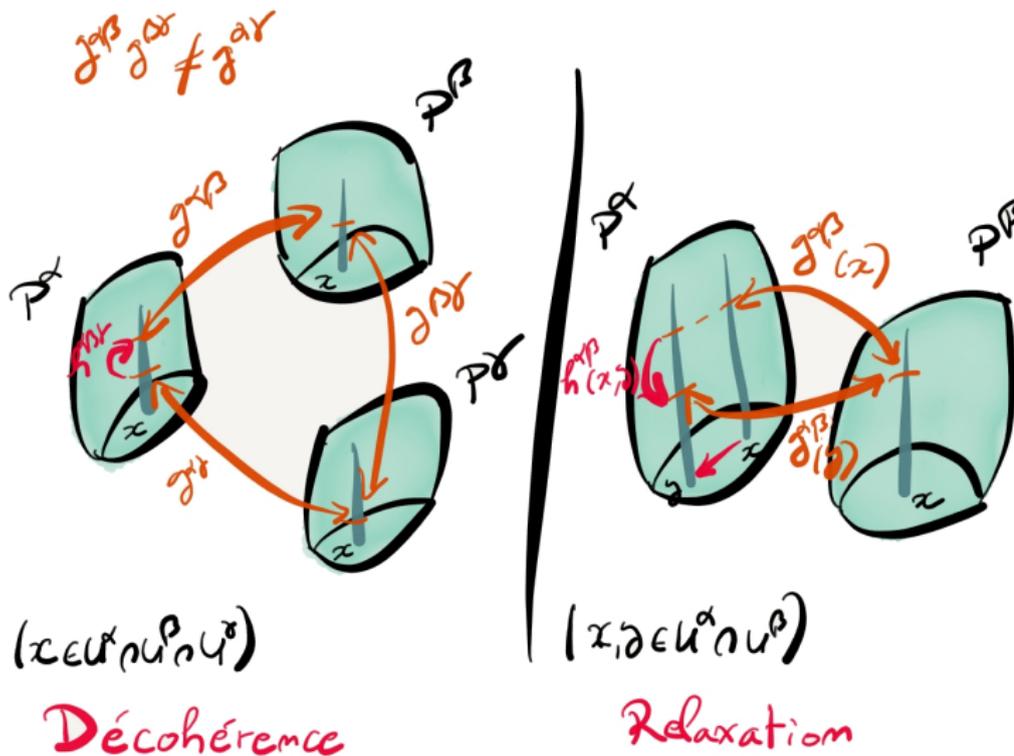
$$f(x) = |\phi_a(x)\rangle\langle\phi_a(x)|$$

$$\text{Hol}(\mathcal{C}) = e^{-\oint_{\mathcal{C}} A_a^\alpha} \text{ avec } A_a^\alpha = \langle\phi_a^\alpha|d\phi_a^\alpha\rangle \text{ et } F_a = dA_a.$$

Les vecteurs propres sont définis à une phase près :

$\tilde{\phi}_a^\alpha(x) = g(x)\phi_a^\alpha(x) \Rightarrow \tilde{A}_a^\alpha(x) = A_a^\alpha(x) + d \ln g(x)$ changements de jauge
(changements des "points de repères sur les fibres").

Effets de la décohérence et de la relaxation sur le recollement



Le fibré adiabatique catégorique (systèmes ouverts)

Régimes adiab. fort et faible

Contrôle

Système quantique

$$\begin{array}{ccc}
 f_* \mathcal{P} & \xleftarrow{f_*} & \mathcal{P} \\
 \pi \downarrow & & \downarrow \pi \\
 \left\{ \begin{array}{l} \text{Obj } \mathcal{M} = M \\ \text{Morph } \mathcal{M} = \text{id}_M \end{array} \right\} & \xrightarrow{f} & \mathcal{D}
 \end{array}$$

Régime presque adiabatique

Contrôle

Système quantique

$$\begin{array}{ccc}
 ? & \xleftarrow{?} & \mathcal{P} \\
 ? \downarrow & & \downarrow \pi \\
 \left\{ \begin{array}{l} \text{Obj } \mathcal{M} = M \\ \text{Morph } \mathcal{M} = ? \end{array} \right\} & \xrightarrow{?} & \mathcal{D}
 \end{array}$$

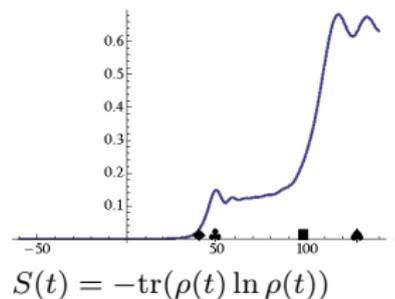
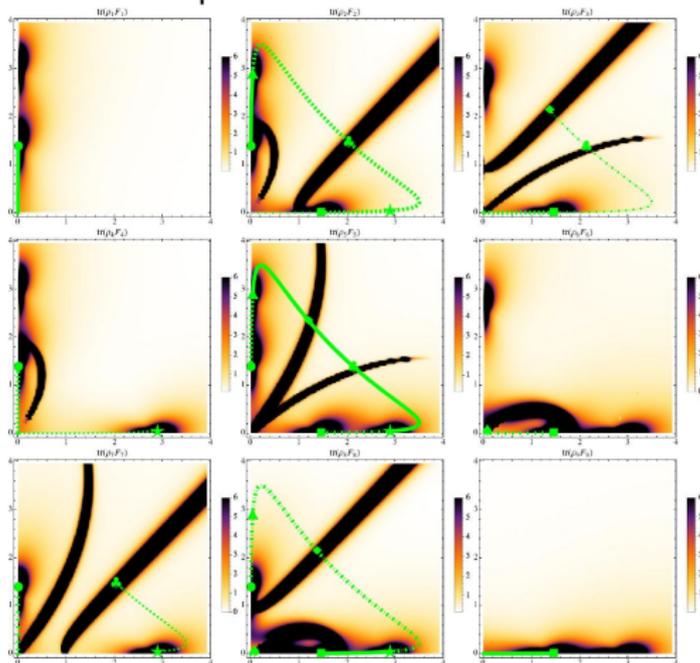
$$\mathfrak{A}_a^\alpha = \langle \phi_a^\alpha | d\phi_a^\alpha \rangle_* \rho_a^{-1}$$

$$\tilde{\phi}_a^\alpha(x) = g(x) \otimes k(x) \phi_a^\alpha(x) \Rightarrow \tilde{\mathfrak{A}}_a^\alpha = g^{-1} \mathfrak{A}_a^\alpha g - g^{-1} dg + g^{-1} \eta^\alpha g$$

$$(\eta = \langle \phi_a^\alpha | k^{-1} dk | \phi_a^\alpha \rangle_* \rho_a^{-1}).$$

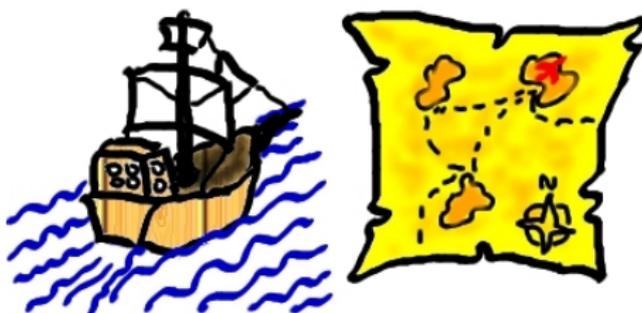
Cartographie

Cambrure moyenne ($\text{tr}(\rho_a B_a)$) pour le contrôle STIRAP d'un atome à 3 niveaux intriqué avec un autre atome à 3 niveaux.



- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
- 3 Le contrôle adiabatique
- 4 Géométrie quantique
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
 - Contrôle d'une chaîne de spins frappée chaotiquement
 - Refroidissement vibrationnel à l'aide de ZWR
 - Transport sur une $D2$ -brane
- 6 Conclusion

Démarche méthodologique



- 1 Modéliser le système et son environnement.
- 2 Développer un cadre de résolution du problème inverse.
- 3 Géométriser le problème et dresser la “cartographie” du paysage de contrôle et la “topographie” des courants de “décohérence”.
- 4 **Élaborer des stratégies pour atteindre l'objectif du contrôle en louvoyant avec la décohérence et la relaxation.**

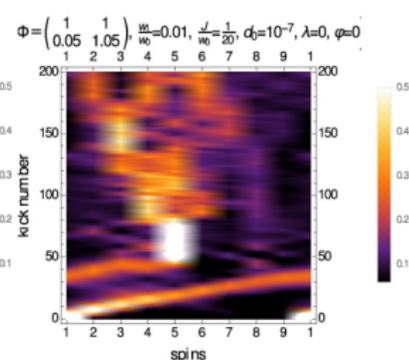
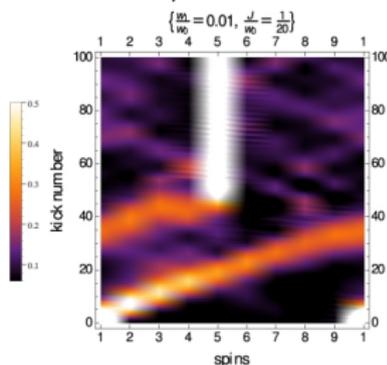
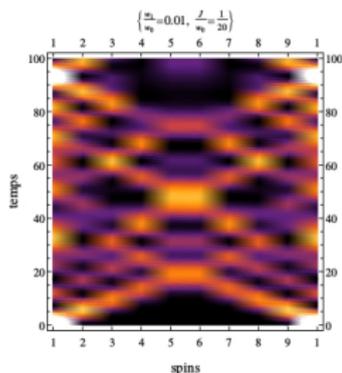
Contrôle d'une chaîne de spins frappée chaotiquement

Analyse du modèle "système bruité chaotique" \Rightarrow horizon de cohérence

$\langle \uparrow | \rho_i | \uparrow \rangle$ pour une chaîne de spins (Heisenberg) libre avec une "excitation" sur le site 1;

avec un contrôle par frappes pour forcer le sens de propagation de l'excitation et la gèler sur le site 5;

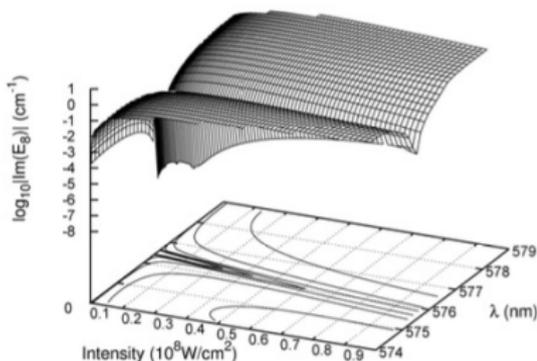
avec du bruit chaotique sur le contrôle d'horizon de cohérence aux alentours de 50 frappes.



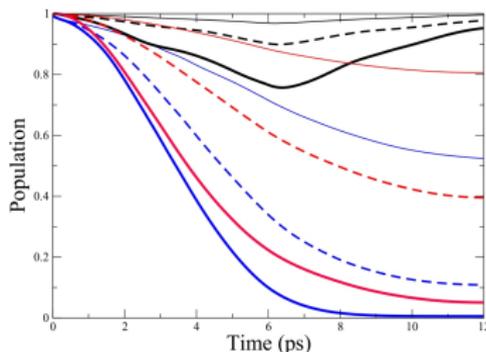
Refroidissement vibrationnel à l'aide de ZWR

Théorème adiab. pour syst. dissip. \Rightarrow rester sur l'état de moindre dissipation

Na_2 contrôlé par un champ laser \rightarrow cartographie des largeurs de résonance ($\Im m \lambda_a$) sur $M(x = (\lambda, I)) \rightarrow$ tracé d'un chemin de contrôle pour suivre les vallées d'une résonance de largeur nulle (ZWR).



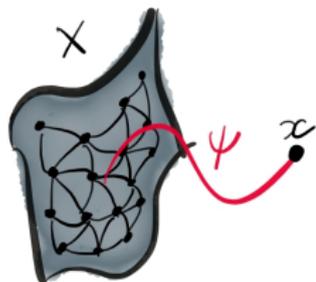
Carte de la largeur de résonance de l'état vibrationnel $v = 8$ de Na_2 .



Populations pour l'état initial $v = 8$, $v = 9$ et $v = 10$ pour des chemins de contrôle dans 3 vallées de ZWR de $v = 8$.

Transport sur une $D2$ -brane

Géométrie quantique \Rightarrow géométrie classique émergente



- pile de N $D0$ -branes reliées par des cordes bosoniques et formant une $D2$ -brane non-commutative de coordonnées $X_i \in \mathfrak{M}_{N \times N}(\mathbb{C})$ (champ de gravité);
- $D0$ -brane sonde de coordonnées (commutatives) x_i (paramètres de contrôle);
- supercorde fermionique reliant la $D2$ -brane à la $D0$ -brane sonde de spineur $\psi \in \mathbb{C}^N \otimes \mathbb{C}^2$.

$$i\hbar\dot{\psi} = \sigma^i \otimes (X_i - x_i)\psi, \quad \rho = \text{tr}_{\mathbb{C}^N} |\psi\rangle\langle\psi|$$

$\sigma^i \otimes (X_i - x_i)\phi_a = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_a$ espace-temps classique émergent.

A_a et $F_a \Rightarrow$ gravitation classique (relativité générale sur \mathcal{M}_a).

\mathfrak{A}_a et $B_a \Rightarrow$ décohérence due à l'intrication entre le spin du fermion et la $D2$ -brane non-commutative.

- 1 Introduction
- 2 Modèles de systèmes ouverts
- 3 Le contrôle adiabatique
- 4 Géométrie quantique
- 5 Réalisations de contrôles adiabatiques
- 6 Conclusion

En résumé / démarche méthodologique

1. Modéliser le système et son environnement.

- ✓ Approche de Schrödinger-Koopman
- ✓ Hamiltoniens effectif
- ✓ C^* -module

2. Développer un cadre de résolution du problème inverse.

- ✓ Régimes adiabatiques fort et faible
- ✓ Régime presque adiabatique
- Cas des systèmes bruités

3. Géométriser et dresser la "cartographie" du paysage de contrôle.

- ✓ Fibré côté système
- ✗ Fibré côté contrôle
- ✓ Principe de la cartographie

4. Élaborer des stratégies pour atteindre l'objectif.

- ✓ Applications directes
- Calcul quantique holonomique
- Systèmes bruités biophysiques

Cas des systèmes intriqués avec un grand environnement

- Équation de Schrödinger pour $S - \mathcal{E}$ (traité en système intriqué).

⊗ $\dim \mathcal{H}_{\mathcal{E}}$ numérique rédhibitoire !

⊗ condition de non-résonance $S - \mathcal{E}$ non-vérifiée !

- Dérivation microscopique de l'équation de Lindblad en présence du contrôle adiabatique (calcul de la contre-réaction).

⊗ faible contrôlabilité en représentation de Liouville

⊗ Problème pour le régime adiabatique faible de S (particulièrement en régime non-Markovien)

- Tous les processus (intrication, dissipation, distorsion, contre-réaction) conjoints (problème de la complexité).



⊗ Le fibré côté dynamique est constructible (rep. de la purification).

⊗ Mais c'est un bifibré catégorique composite stratifié.

Perspectives

- Poursuivre le développement de l'approche de Schrödinger-Koopman.
- Étudier plus avant les analogies avec les D-branes.
- Poursuivre les recherches sur le cas des grands environnements.
- Applications (calcul quantique holonomique, systèmes biophysiques).
- Clarifier la relation entre géométries/topologies non-commutative et catégorique.
- Cas du contrôle avec feed-back.

Rermerciements

Mon étudiante en thèse

Lucile Aubourg

Collaborateurs à l'Institut UTI- NAM

Bruno Bellomo

Georges Jolicard

Pierre Joubert

José Lages

Mes anciens étudiants de master

Quentin Ansel

Olivia Moro

Collaborateurs extérieurs

Osman Atabek (Orsay)

Stéphane Guérin (Dijon)

Frédéric Holweck (Belfort)

Hans Jauslin (Dijon)

John Killingbeck (Hull)

Arnaud Leclerc (Metz)

Roland Lefebvre (Orsay)

Daniele Militello (Palerme)

L'ensemble du personnel de la plateforme informatique et du service administratif de l'Institut UTINAM.

Les membres du jury.

Références

■ Publications concernant les systèmes bruités

- D. Viennot, J. Phys. A : Math. Theor. **42**, 395302 (2009) [arXiv :0905.4584].
- D. Viennot, J. Math. Phys. **53**, 082106 (2012) [arXiv :1208.0143].
- D. Viennot & L. Aubourg, Phys. Rev. E **87**, 062903 (2013) [arXiv :1303.3412].
- L. Aubourg & D. Viennot, Quantum Information Processing **14**, 1117 (2015) [arXiv :1408.4570].
- D. Viennot & L. Aubourg, Phys. Lett. A **380**, 678 (2016) [arXiv :1408.4585].
- L. Aubourg & D. Viennot, J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **49**, 115501 (2016) [arXiv :1402.2411].

Références

■ Publications concernant les systèmes dissipatifs

- G. Jolicard, J.P. Killingbeck, D. Viennot, J. Buldyreva & P. Joubert, J. Phys. A : Math. Theor. **41**, 095303 (2008) .
- D. Viennot, G. Jolicard & J.P. Killingbeck, J. Phys. A : Math. Theor. **41**, 145303 (2008).
- D. Viennot, J. Math. Phys. **50**, 052101 (2009).
- G. Dridi, S. Guérin, H.R. Jauslin, D. Viennot & G. Jolicard, Phys. Rev. A **82**, 022109 (2010).
- A. Leclerc, G. Jolicard, D. Viennot & J.P. Killingbeck, J. Chem. Phys. **136**, 014106 (2012) [arXiv :1201.1150].
- A. Leclerc, D. Viennot & G. Jolicard, J. Phys. A : Math. Theor. **45**, 415201 (2012) [arXiv :1202.3290].
- D. Viennot, A. Leclerc, G. Jolicard & J.P. Killingbeck, J. Phys. A : Math. Theor. **45**, 335301 (2012) .
- D. Viennot, J. Phys. A : Math. Theor. **47**, 065302 (2014) [arXiv :1308.1528].
- G. Jolicard, A. Leclerc, D. Viennot & J.P. Killingbeck, J. Phys. A : Math. Theor. **49**, 195305 (2016) [arXiv :1604.05545].
- A. Leclerc, D. Viennot, G. Jolicard, R. Lefebvre & O. Atabek, Phys. Rev. A **94**, 043409 (2016) [arXiv :1607.07371].
- D. Viennot & O. Moro, Class. Quant. Gravity **34**, 055005 (2017) [arXiv :1609.01540].
- A. Leclerc, D. Viennot, G. Jolicard, R. Lefebvre & O. Atabek, J. Phys. B (soumise) [arXiv :1703.05618].

Références

■ Publications concernant les systèmes intriqués

- D. Viennot & J. Lages, J. Phys. A : Math. Theor. **44**, 365301 (2011) [arXiv :1101.2852].
- D. Viennot & J. Lages, J. Phys. A : Math. Theor. **45**, 365305 (2012) [arXiv :1207.7340].
- D. Viennot, J. Phys. A : Math. Theor. **47**, 295301 (2014) [arXiv :1310.4095].
- D. Viennot & L. Aubourg, J. Phys. A : Math. Theor. **48**, 025301 (2015) [arXiv :1407.4356].
- D. Viennot [arXiv :1508.02279].

■ Publications concernant la géométrie fibré

- D. Viennot, J. Math. Phys. **51**, 103501 (2010) [arXiv :1003.4591].
- D. Viennot, J. Geom. Phys. **110**, 407 (2016) [arXiv :1202.2280].