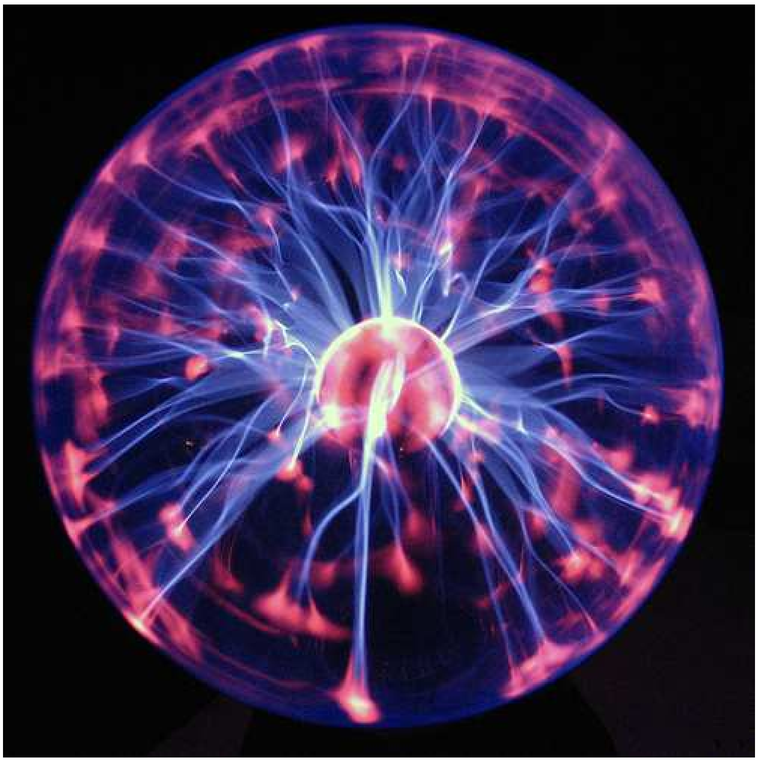
Université de Franche-Comté - UFR Sciences et Techniques

Départements de Physique et d'Électronique

Licences de Physique, Physique-Chimie et EEA 2ème année

Électromagnétisme 1 : Travaux Dirigés



TD 1: Distributions de charges ponctuelles

Rappels des notions essentielles :

- Champ électrique créé par une charge ponctuelle q au point M :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

où r est la distance entre la charge et le point M, et $\vec{e}_r$ est un vecteur unitaire pointant de la charge vers le point M.

- Principe de superposition : s'il existe n charges ponctuelles dans l'espace, alors le champ électrique en un point M est :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i(M)$$

où $\vec{E}_i$ est le champ créé par la i-ème charge.

- Relation champ potentiel :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V \iff \int_{\mathcal{C}} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = V(M_i) - V(M_f)$$

où $\mathcal{C}$ est un chemin orienté partant du point M_i et arrivant au point M_f.

- Force électrostatique : $\vec{F} = q\vec{E}$; énergie potentielle électrostatique : $E_{pe} = qV$ (pour une particule de charge q plongée dans un champ électrique $\vec{E}$ de potentiel V).

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}E_{pe} \iff \int_{\mathcal{C}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = E_{pe}(M_i) - E_{pe}(M_f)$$

Exercice 1.1- Force électrostatique vs force gravitationnelle

1. Décrivez les similitudes entre la force électrostatique et la force gravitationnelle. Quelles sont les différences essentielles ?
2. Calculez l'intensité de la force électrostatique et de la force de gravitationnelle s'exerçant entre le proton et l'électron d'un atome d'hydrogène.
3. Conclusion.

Rappels : Dans le modèle classique de l'atome d'hydrogène, l'électron décrit une orbite circulaire autour du proton à la distance $a_0 = 0.53 \times 10^{-10}\ m$*. Les charges et les masses des particules sont* $q_e = -1.6 \times 10^{-16}\ C$*,* $q_p = +1.6 \times 10^{-16}\ C$*,* $m_e = 0.9 \times 10^{-30}\ kg$ *et* $m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$*. On a* $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9\ USI$ *et* $G = 6.67 \times 10^{-11}\ USI$*.*

Exercice 1.2- Potentiel électrostatique d'une charge ponctuelle

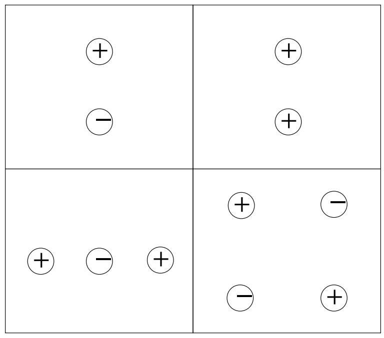
On note (x, y, z) un système de coordonnées cartésiennes et (r, θ, φ) un système de coordonnées sphériques, tous deux centrés sur un point O de l'espace. On considère une particule fixe de charge q au point O.

1. Expliquer pourquoi en un point quelconque $M = (r, \theta, \varphi) = (x, y, z)$ différent de O, le champ électrique $\vec{E}(M)$ produit par la particule, a son intensité qui ne dépend que de r et a pour vecteur directeur unitaire $\vec{e}_r$. *Indication : considérer les symétries du problèmes.*
2. Soit $V(M)$ le potentiel scalaire électrique. Pourquoi V ne dépend t-il que de r ? Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{grad}}V = \frac{dV(r)}{dr}\vec{e}_r$ ($\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$). *Indication : utiliser l'expression de* $\overrightarrow{\mathrm{grad}}V$ *en coordonnées cartésiennes et procéder au changement de variables* $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$*.*
3. En déduire l'expression générale de V.

4. On choisit l'origine des potentiels en un point $N = (r_1, \theta_1, \varphi_1)$. Quelle est alors l'expression de V ?
5. Même question si on choisit l'origine des potentiels en l'infini.
6. Une seconde particule de charge q' est libre de se déplacer dans l'espace. À un instant $t = 0$ la seconde particule se trouve en un point quelconque M de l'espace avec une vitesse nulle. À l'aide d'un schéma, expliquer la relation entre $\vec{E}$, V et le mouvement de la seconde particule à $t > 0$ induit par la force électrostatique (on suppose la première particule fixée en O). Discuter suivant les signes de q et q'.

.

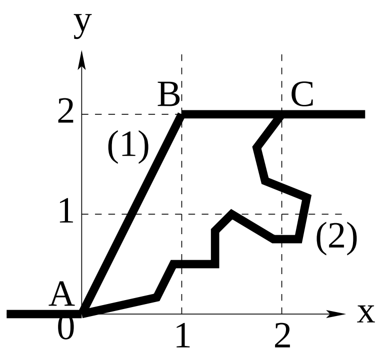
Exercice 1.3- Lignes de champ et surfaces équipotentielles
Dans chacune des situations suivantes, représenter l'allure des lignes de champ et des surfaces équipotentielles.



Toutes les particules sont de même charge en valeur absolue, les signes des charges sont indiqués sur la figure.

Exercice 1.4- Potentiel électrique dans une maille d'un cristal
Un cristal plan est constitué de mailles carrées de côté d telles que chaque nœud d'une maille soit occupé par un atome de charge $+q$ ou $-q$ (avec alternance des signes le long des arrêtes des mailles, la figure en bas à droite de l'exercice précédent figure une maille de ce cristal). Calculer l'expression du potentiel électrique en un point quelconque à l'intérieur d'une maille en négligeant les charges n'appartenant pas à celle-ci. Cas du centre de la maille ?

Exercice 1.5- Travail de la force électrostatique dans un circuit
On considère un électron qui entre dans la partie de circuit électrique suivante au point A.



chaque segment du circuit représente un dipôle passif type résistance

L'électron quitte la partie du circuit par le point C. En un point de coordonnées (x, y) sur le circuit règne le champ électrique suivant :

$$\vec{E}(x, y) = -\alpha y \vec{e}_x - \alpha x \vec{e}_y$$

où α est une constante positive (en $V.m^{-2}$). Ce champ induit le mouvement de l'électron dans le circuit.

1. Trouver l'expression des coordonnées d'un point se trouvant dans la branche (1) entre A et B à la distance $s \times AB$ de A $(0 \leq s \leq 1)$. Même question pour un point se trouvant entre B et C à la distance $s \times BC$ de B.
2. Déterminer l'expression de l'énergie dépensée pour faire passer l'électron de A à C par la branche (1).
3. Calculer l'expression du potentiel scalaire électrique $V(x, y)$ en un point de coordonnées (x, y) sur le circuit.
4. Quelle est l'énergie dépensée pour faire passer l'électron de A à C par la branche (2) ?
5. Que peut-on dire de l'énergie fournie si l'électron parcourt la branche (1) de A à C sans quitter le circuit, puis la branche (2) pour revenir en A ?

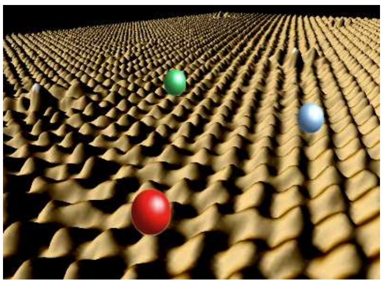
.

Exercice 1.6- Champ électrique le long de l'axe d'une molécule diatomique à liaison ionique
On considère la molécule diatomique KCl supposée ici rigide et stable. On note (Ox) l'axe de la molécule, l'ion Cl^- (charge $-q$) et placé à l'abscisse $-a$ sur (Ox) et l'ion K^+ (charge $+q$) est placé à l'abscisse $+a$ (les atomes sont supposés ponctuels à l'échelle considérée ici). *Pour des raisons évidentes de pertinence vis-à-vis du problème électrostatique, on a choisi O comme le centre de symétrie des charges et non comme le centre de masse de la molécule.*

1. Calculer l'expression de $E_x(x)$, projection du champ électrique $\vec{E}(x)$ suivant $\vec{e}_x$, pour un point quelconque d'abscisse x de l'axe moléculaire.
2. Calculer l'expression de $V(x)$, potentiel scalaire électrique en un point quelconque d'abscisse x de l'axe moléculaire.
3. Représenter graphiquement $E_x(x)$ et $V(x)$.

.

Exercice 1.7- Équilibre électrostatique entre trois ions
Un ion Li^{2+} (charge $+2q$) et un ion Br^- (charge $-q$) sont déposés sur une surface nanostructurée de TiO_2 à la distance r l'un de l'autre. On suppose les interactions entre la surface et les ions Li^{2+} et Br^- suffisamment fortes pour que ces deux ions puissent être considérés comme totalement fixes. On cherche à déposer un ion Ar^+ (charge $+q$) sur la surface alors que les interactions avec celle-ci sont négligeables (Ar^+ est donc libre de se déplacer sur la surface sous l'action des forces électrostatiques induites par les deux autres ions). À l'échelle considérée ici, les ions peuvent être considérés comme ponctuels.

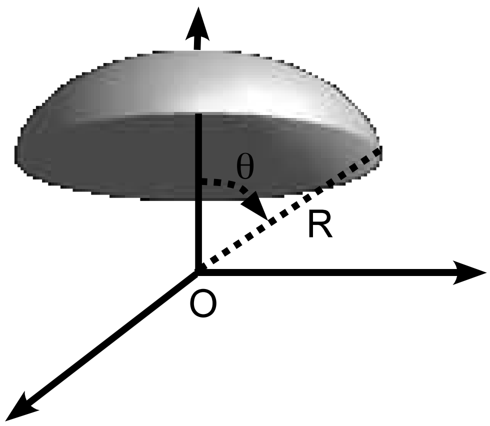


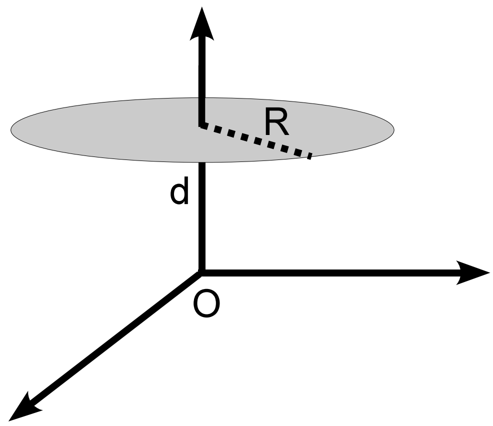
En quel point de la surface, doit-on déposer l'ion Ar^+ pour que celui-ci soit à l'équilibre ?

Exercice 1.8- Flux du champ électrique à travers une surface
On considère une particule de charge q au point O de l'espace.

1. Calculer le flux du champ électrique à travers une calotte sphérique de centre O, de rayon R, et dont l'arc entre le "pôle" et le bord est d'angle θ.
2. Que peut-on dire du cas $\theta = \pi$?

3. Calculer le flux du champ électrique à travers un disque de rayon R dont le centre se trouve à la distance d de O (sur la normale passant par O).
4. Étudier le cas $R \to +\infty$.





.

TD 2: Distributions continues symétriques de charges

Rappels des notions essentielles :

- En un point M, le champ électrique $\vec{E}(M)$ appartient à tous les plans de symétrie des charges passant par M, et est orthogonal à tous les plans d'antisymétrie des charges passant par M.
- Si la distribution de charges est à symétrie sphérique ou cylindrique, alors le champ électrique est radial, i.e. $\vec{E} = E\vec{e}_r$.
- Si la distribution de charges est invariante par translation suivant une direction $\vec{e}_x$, les quantités physiques ne dépendront pas de x. Si la distribution de charges est invariante par rotation autour d'un axe, les quantités physiques ne dépendront pas de l'angle θ autour de l'axe.
- Théorème de Gauss : Soit $\mathcal{S}$ une surface fermée. Le flux du champ électrique $\vec{E}$ à travers $\mathcal{S}$ est donné par :

$$\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

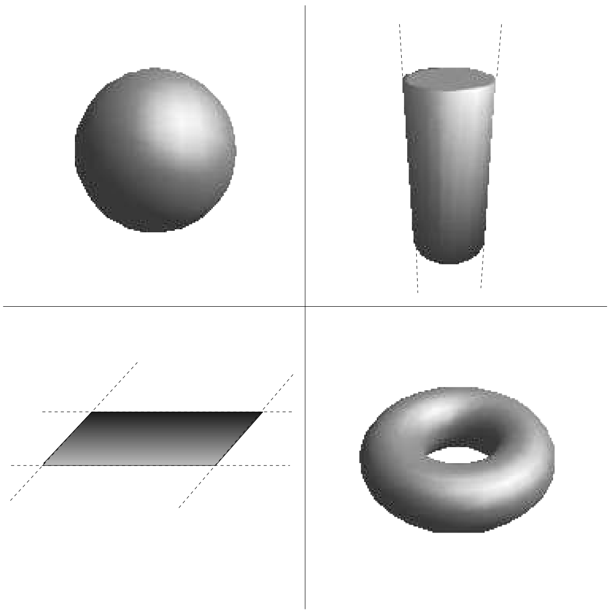
  où Q_{int} est la charge totale se trouvant à l'intérieur de $\mathcal{S}$. $d\vec{S} = dS\vec{n}$ où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à $\mathcal{S}$ pointant vers l'extérieur, et dS est un élément infinitésimal d'aire.
- Soit $\vec{E}$ le champ électrique et $\mathcal{S}$ une surface. Si $\vec{E} = E\vec{n}$ où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à $\mathcal{S}$ et si E est constant sur $\mathcal{S}$ (situation se présentant lorsque $\mathcal{S}$ est de mêmes symétries que la distribution de charges à l'origine de $\vec{E}$), alors

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \iint_{\mathcal{S}} dS = E\mathcal{A}(\mathcal{S})$$

  où $\mathcal{A}(\mathcal{S})$ est l'aire de $\mathcal{S}$.
- Principe de superposition : s'il existe plusieurs distributions de charges, alors le champ électrique sera la somme des champs électriques créés par chacune des distributions.

Exercice 2.1- Symétries et champ électrique

Les objets suivants sont uniformément chargés en volume ou en surface.



Représenter l'allure du champ électrique produit par ces objets. *Les pointillés indiquent que l'objet s'étend à l'infini.*

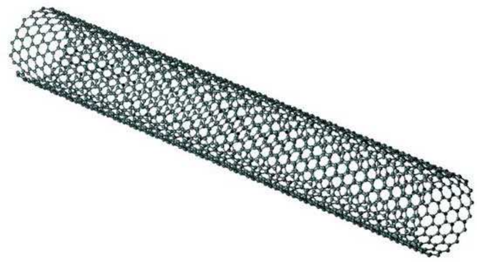
Exercice 2.2- Boule chargée en volume

On considère une boule de centre O et de rayon R, chargée en volume suivant une densité volumique uniforme ρ. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ et le potentiel scalaire électrique V pour un point quelconque à la distance r de O. Tracer les courbes représentatives de E et V en fonction de r.

Exercice 2.3- Tube chargé en surface

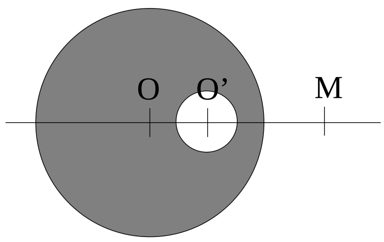
On considère un nanotube de carbone dont la surface est utilisée pour le transport d'électrons. A l'équilibre, le nanotube se présente comme un cylindre creux (d'épaisseur nulle), d'axe (Oz) et de rayon R, uniformément chargé en surface suivant la densité surfacique uniforme σ. Le point O est au centre du nanotube (à équidistance des deux extrémités). Le nanotube est de longueur $2h$.

1. On s'intéresse à ce qui se passe au voisinage du nanotube ($r \ll h$) et à proximité de O. On peut alors négliger les effets de bord et approcher le nanotube par un cylindre infini ($h \to +\infty$). Quelle surface de Gauss peut-on envisager ici ?
2. Calculer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ et du potentiel scalaire électrique V en un point quelconque à une distance r de l'axe du nanotube (Oz) (mais dans l'approximation décrite à la question précédente). Tracer les courbes représentatives de E et V en fonction de r.



.

Exercice 2.4- Boule avec cavité



On considère une boule de centre O et de rayon R dans laquelle on a creusé un cavité sphérique de centre O' distant de $\frac{R}{2}$ de O et de rayon $\frac{R}{4}$. La boule porte une densité volumique uniforme de charge ρ. La cavité est vide. Calculer l'expression du champ électrique en un point M se trouvant sur l'axe OO' à la distance $r > R$ de O et du côté de O' par rapport à O.

Exercice 2.5- Condensateur plan

Un condensateur plan est constitué de deux plaques parallèles de côté h (d'épaisseurs négligeables), l'une (notée P_+) chargée positivement avec une densité surfacique uniforme σ, l'autre (notée P_-) chargée négativement avec une densité surfacique uniforme $-\sigma$. Les deux plaques sont séparées par la distance a. On se place au voisinage du centre des plaques à des distances de celles-ci négligeables par rapport à h (on pourra ainsi faire la simplification de modèle $h \to +\infty$ négligeant les effets de bord).

1. On considère pour l'instant la plaque P_+ seule. On note (Oxy) le plan de la plaque et (Oz) l'axe normal à celle-ci (O centre de la plaque). Quelle surface de Gauss peut-on envisager ?

2. De quelle(s) variable(s) dépendent $\vec{E}$ et V ?
3. Calculer l'expression de $\vec{E}$ et de V en un point quelconque.
4. On considère maintenant les deux plaques, avec P_{-} en $z = a$. Tracer l'allure de E et de V en fonction de z.

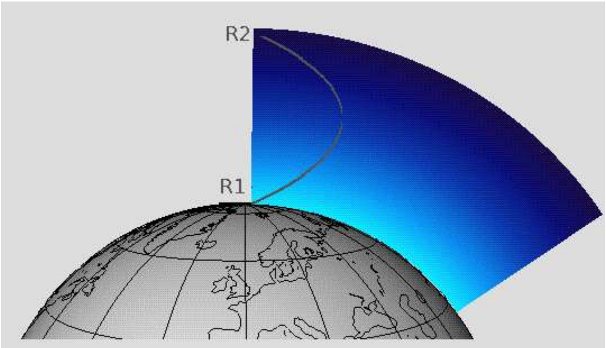
.

Exercice 2.6- Champ électrique de l'atmosphère terrestre

On considère la Terre comme un sphère de rayon R_1 enveloppée d'une atmosphère sphérique de rayon R_2. L'atmosphère contient des charges libres réparties suivant la densité volumique :

$$\rho(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leq R_1 \\ -\alpha\left(r - \frac{R_1+R_2}{2}\right)^2 + \alpha\left(\frac{R_1-R_2}{2}\right)^2 & \text{si } R_1 < r < R_2 \\ 0 & \text{si } r \geq R_2 \end{cases}$$

r étant la distance au centre de la Terre et α est une constante positive (en $C.m^{-5}$).



Calculer l'expression du champ électrique, en un point quelconque au dessus du sol terrestre (atmosphère et hors atmosphère comprises).

TD 3: Distributions continues quelconques de charges

Rappels des notions essentielles :

- En un point M, le champ électrique créé par la portion infinitésimale $d\mu$ se trouvant au point N d'une distribution de charges de densité ρ, est

$$d\vec{E}_N(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho(N)d\mu}{r^2}\vec{e}_r$$

  où r est la distance entre N et M, et $\vec{e}_r$ est un vecteur unitaire pointant de N vers M. Si ρ est une densité linéique, alors $d\mu$ est un élément infinitésimal de longueur, si c'est une densité surfacique alors $d\mu$ est un élément infinitésimal d'aire, et si c'est une densité volumique alors $d\mu$ est élément infinitésimal de volume.
- Principe de superposition : En un point M, le champ électrique créé par une distribution de charges sur un objet $\mathcal{O}$ (fil, surface ou solide), de densité ρ, est :

$$\vec{E}(M) = \int_{\mathcal{O}} d\vec{E}_N(M)$$

  où $d\vec{E}_N(M)$ est le champ créé par la portion infinitésimale de $\mathcal{O}$ au point N.

Exercice 3.1- Segment chargé

Sur un axe (Ox), entre les points C et D d'abscisses $-l/2$ et $+l/2$ se trouve un fil fini présentant des charges dont la densité uniforme par unité de longueur est λ_0.

1. Déterminer en un point M de (Ox) d'abscisse $x > l/2$ le champ électrique créé par par l'élément infinitésimal du fil se trouvant à l'abscisse $-l/2 \leq u \leq l/2$ et de longueur du.
2. Déterminer au point M le champ électrique crée par l'ensemble du fil (i.e. l'ensemble des charges se trouvant entre C et D).
3. En déduire le champ en M' symétrique de M par rapport à O.

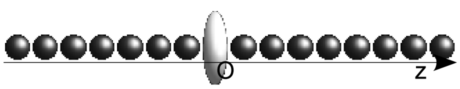
.

Exercice 3.2- Fil infini avec une impureté

On considère un fil moléculaire rectiligne suivant l'axe (Oz) utilisé pour le transport d'électrons. On considère des distances suffisamment petites pour négliger les effets de bord et considérer le fil comme infini, mais suffisamment grandes pour que le fil soit assimilé à une ligne (épaisseur négligeable). Au point O se trouve une impureté qui s'oppose à la conduction des électrons. A l'équilibre, les charges électriques s'accumulent au voisinage de l'impureté, de sorte que le fil se retrouve chargé suivant la densité linéique :

$$\lambda(z) = \begin{cases} \lambda_0 e^{-|z|/d} & \text{si } |z| < d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où $\lambda_0 < 0$ et $d > 0$ sont des constantes (respectivement en $C.m^{-3}$ et en m).



Déterminer une expression approchée du champ électrique en un point du plan orthogonal au fil passant par O situé à une distance x de O supposée très grande devant d.

Exercice 3.3- Du cercle au plan en passant par le disque

1. On considère dans le plan (Oxy) un cercle de centre O, de rayon R, chargé suivant la densité linéique uniforme λ. Déterminer le champ électrique en un point de l'axe (Oz).
2. On remplace le cercle par un anneau de même rayon, de largeur infinitésimale dR et de densité surfacique uniforme σ. En adaptant le résultat de la question précédente, trouver l'expression du champ électrique en un point de l'axe (Oz).
3. En déduire le champ électrique en un point de (Oz) si maintenant on remplace l'anneau par un disque de centre O, de rayon R' et de densité surfacique uniforme σ.
4. Retrouver à l'aide de la question précédente, l'expression du champ électrique produit par un plan infini chargé uniformément avec la densité surfacique σ.

.

Exercice 3.4- Demi-sphère chargée

On considère une demi-sphère de centre O portant sur sa surface une charge répartie avec une densité uniforme σ. Calculer le champ créé au point O par cette répartition de charges.

TD 4: Les conducteurs

Rappels des notions essentielles :

- Le champ électrique à l'intérieur d'un milieu conducteur à l'équilibre est nul.
- Les charges électriques dans un milieu conducteur à l'équilibre, se répartissent sur sa surface.
- Le champ électrique à la surface d'un milieu conducteur à l'équilibre est

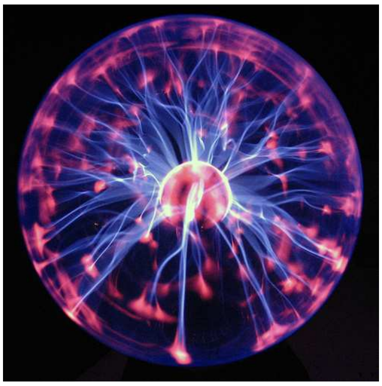
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{n}$$

  où σ est la densité de charges à la surface du conducteur et où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface pointant vers l'extérieur du conducteur.
- Un milieu conducteur à l'équilibre est équipotentiel.
- Un milieu conducteur à l'équilibre, de potentiel V et portant une charge totale Q en surface, est caractérisé par la capacité :

$$C = \frac{Q}{V}$$

Exercice 4.1- Boule à plasma

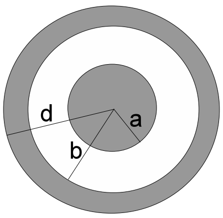
On modélise de manière simplifiée une boule à plasma comme une boule conductrice pleine de rayon R_1 entourée d'une boule évidée conductrice de même centre, de rayon interne R_2 et de rayon externe R_3 ($R_1 < R_2 < R_3$). Entre les deux conducteurs se trouve un gaz sous basse pression (du néon et du xénon) dont on supposera la permittivité électrique identique au vide (ϵ_0)



La boule centrale est élevée au potentiel V_1 alors que la boule externe reste à $V_2 \ll V_1$ (l'origine des potentiels étant choisie à l'infini). On note C la capacité de la boule centrale. On s'intéresse à l'instant précédant la décharge électrique (à cet instant on suppose que l'on peut considérer les deux conducteurs à l'équilibre). Déterminer la densité des charges électriques sur les surfaces des deux conducteurs.

Exercice 4.2- Condensateur sphérique

On considère le condensateur sphérique représenté par la figure suivante, constitué de deux conducteurs concentriques :



La boule conductrice de rayon a est appelée armature (1), la sphére conductrice évidée de rayons intérieur

b et extérieur d est appelée armature (2). On note Q_1 la charge totale portée par (1) et Q_2 celle portée par (2).

1. Déterminer sur un graphe les répartitions des charges sur les deux conducteurs.
2. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ en tout de point M distant de r du centre du condensateur.
3. En déduire le potentiel électrique V en tout point M distant de r du centre du condensateur.
4. Tracer les courbes représentatives de E et V en fonction de r.
5. Établir la capacité C de ce condensateur.
6. Donner l'expression de Q_e (la charge sur la surface externe de l'armature (2)) en fonction de $V(d)$. En déduire $C_0 = \frac{Q_e}{V(d)}$.
7. On relie l'armature (2) à la terre, l'armature (1) restant isolée. Que deviennent les charges sur les conducteurs ?

.

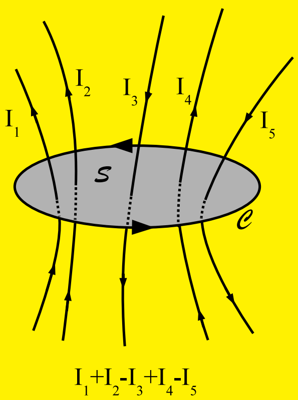
TD 5: Magnétostatique

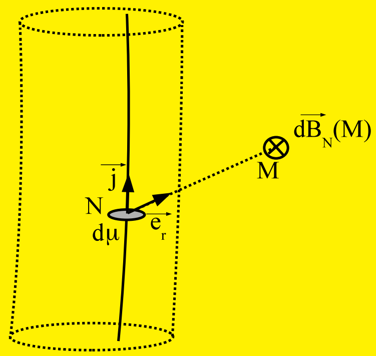
Rappels des notions essentielles :

- En un point M, le champ magnétique $\vec{B}(M)$ appartient à tous les plans d'antisymétrie des courants passant par M, et est orthogonal à tous les plans de symétrie des courants passant par M.
- Si la distribution de courants est à symétrie cylindrique, alors le champ magnétique est orthoradial, i.e. $\vec{B} = B\vec{e}_\theta$.
- Si la distribution de courants est invariante par translation suivant une direction $\vec{e}_x$, les quantités physiques ne dépendront pas de x. Si la distribution de courants est invariante par rotation autour d'un axe, les quantités physiques ne dépendront pas de l'angle θ autour de l'axe.
- Théorème d'Ampère : Soit $\mathcal{C}$ un chemin fermé orienté. La circulation du champ magnétique $\vec{B}$ le long de $\mathcal{C}$ est donnée par :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{trav}$$

  où I_{trav} est le courant total traversant une surface $\mathcal{S}$ ayant $\mathcal{C}$ pour bord (les courants étant comptés positivement si la direction de ceux-ci est cohérente avec l'orientation de $\mathcal{C}$, et négativement dans le cas contraire).





- Loi de Biot et Savart : en un point M, le champ magnétique créé par la portion infinitésimale $d\mu$ se trouvant au point N d'une distribution de courants de densité $\vec{j}$, est

$$d\vec{B}_N(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(N) d\mu \wedge \vec{e}_r}{r^2}$$

  où r est la distance entre N et M, et $\vec{e}_r$ est un vecteur unitaire pointant de N vers M. Si la distribution de courant est un fil, alors $\vec{j}d\mu = Id\vec{\ell}$; si elle est une nappe de courants alors $d\mu$ est un élément infinitésimal d'aire ; si le courant passe par le corps d'un solide alors $d\mu$ est un élément infinitésimal de volume ; enfin si le courant n'est constitué que d'une charge en mouvement, alors $\vec{j}d\mu = q\vec{v}$.
- Principe de superposition : En un point M, le champ magnétique créé par une distribution de courants parcourant un objet $\mathcal{O}$ (fil, nappe, ou solide), de densité $\vec{j}$, est :

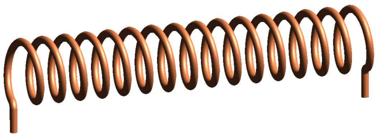
$$\vec{B}(M) = \int_{\mathcal{O}} d\vec{B}_N(M)$$

  où $d\vec{B}_N(M)$ est le champ créé par la portion infinitésimale de $\mathcal{O}$ au point N.
- Un circuit fermé et orienté $\mathcal{C}$, parcouru par un courant d'intensité I et traversé par un flux de champ magnétique ϕ, est caractérisé par le coefficient d'auto-induction

$$L = \frac{\phi}{I}$$

Exercice 5.1- Champ magnétique d'un solénoïde

On considère un solénoïde constitué de spires circulaires jointives (ν spires par unité de longueur), de rayon R, parcourues par un courant I. On s'intéresse à des distances suffisamment petites par rapport à la longueur du solénoïde pour négliger les effets de bord (le solénoïde est considéré comme infini).



1. Déterminer la direction du champ magnétique $\vec{B}$ en un point quelconque de l'espace. De quelle(s) variable(s) la norme B dépend t-elle ?
2. À l'aide du théorème d'Ampère, montrer que $\vec{B}$ est uniforme à l'intérieur du solénoïde. De même, montrer que $\vec{B}$ est uniforme à l'extérieur. On note $\vec{B}_{int}$ et $\vec{B}_{ext}$ les deux champs uniformes.
3. Calculer $B_{ext} - B_{int}$.
4. Pour un solénoïde fini, que vaut $\vec{B}$ à l'infini ? En admettant que cette valeur reste vraie dans l'approximation du solénoïde infini, trouver $\vec{B}_{int}$ et $\vec{B}_{ext}$.

.

Exercice 5.2- Champ créé par un fil infini
On considère un fil rectiligne considéré comme infini, parcouru par un courant I.

1. Quelle est la direction du champ magnétique en un point quelconque M de l'espace ?
2. Calculer le champ magnétique en M.
3. Trouver un vecteur $\vec{A}$ tel que $\vec{B} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{A}$. Par analogie avec l'électrostatique, ce vecteur $\vec{A}$ s'appelle le potentiel vecteur magnétique. Expliquer pourquoi.
4. Montrer que $\vec{A}$ n'est pas unique.

.

Exercice 5.3- Champ créé par un conducteur cylindrique
Soit un conducteur cylindrique de rayon a et d'axe Oz. On suppose que l'on considère des distances suffisamment petites par rapport à la longueur du conducteur pour négliger les effets de bord (le cylindre est donc supposé infini). Le conducteur est parcouru par un courant de densité surfacique :

$$\vec{j}(r) = \begin{cases} j_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \vec{e}_z & \text{si } r < a \\ \vec{0} & \text{si } r > a \end{cases}$$

j_0 étant une constante positive (en $A.m^{-2}$).

1. Calculer l'intensité I du courant parcourant le conducteur.
2. Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ à la distance r de l'axe du conducteur, et représenter $B(r)$.

.

Exercice 5.4- Champ magnétique créé par une spire sur son axe

1. Calculer le champ magnétique en un point de l'axe d'une spire circulaire de rayon R parcourue par un courant I.
2. En déduire le champ magnétique en un point de l'axe d'un cylindre de longueur infinitésimal parcouru par une nappe de courant de direction $\vec{e}_\theta$ (direction orthoradiale par rapport au cylindre).

3. En déduire le champ magnétique en un point de l'axe d'un cylindre de longueur $L > R$ parcouru par une nappe de courant de direction $\vec{e}_\theta$.
4. Retrouver l'expression du champ magnétique en un point de l'axe d'un solénoïde infini.

.

Exercice 5.5- Auto-induction d'un solénoïde
On considère un solénoïde long de rayon a et de longueur L comportant N spires jointives. On suppose que $L \gg a$.

1. Déterminer l'expression du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.
2. Déterminer le coefficient d'auto-induction du solénoïde à partir du calcul du flux du champ magnétique.
3. Même question mais à partir de la densité d'énergie magnétique $w = \frac{B^2}{2\mu_0}$.

.