

La théorie du chaos

V- Les paradoxes des trous noirs

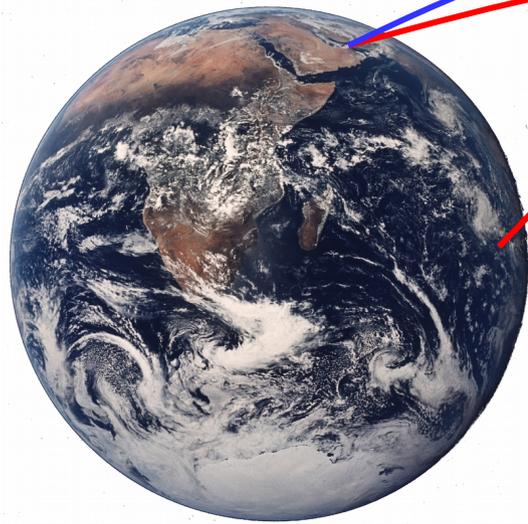
David Viennot – Maître de Conférences en physique théorique
Observatoire de Besançon, Université Marie & Louis Pasteur



A detailed illustration of a black hole, showing a dark central shadow surrounded by a bright, glowing accretion disk. The disk is composed of concentric rings of light, with the innermost rings being the brightest and most intense. The background is a dark, starry space.

Les trous noirs

La vitesse de libération



$v < v_L$

$v > v_L$

m : masse du projectile

M : masse de la Terre

R : rayon de la Terre

Energie cinétique : $\frac{1}{2} mv^2$

Energie potentielle de pesanteur au sol : $- GmM/R$

Pour se libérer de l'attraction terrestre : $\frac{1}{2} mv^2 \geq GmM/R$

$$v_L = \sqrt{2GM/R}$$

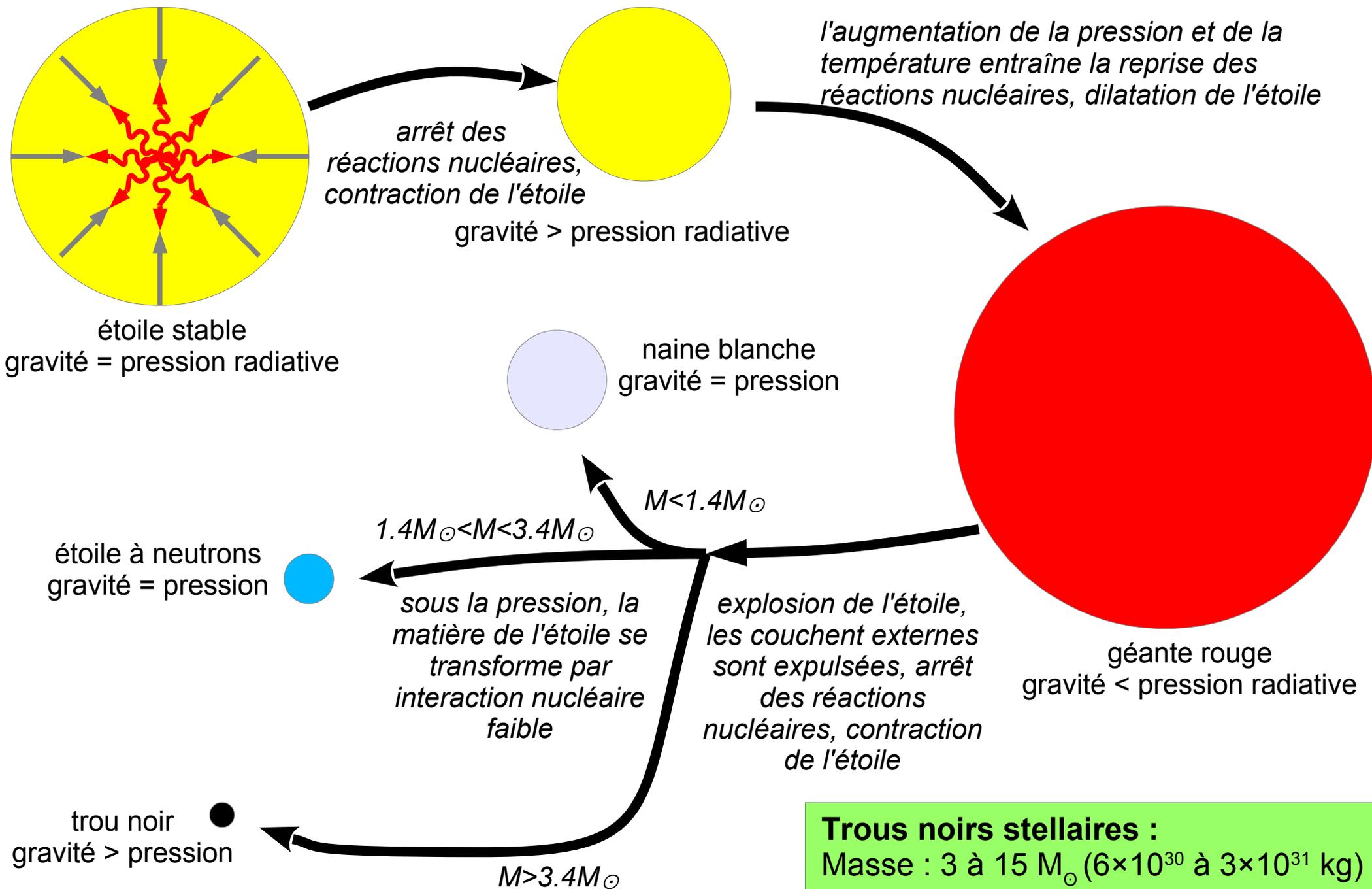
$$= 11,2 \text{ km/s} = 40\,300 \text{ km/h}$$

Pour un trou noir (par définition) on a :

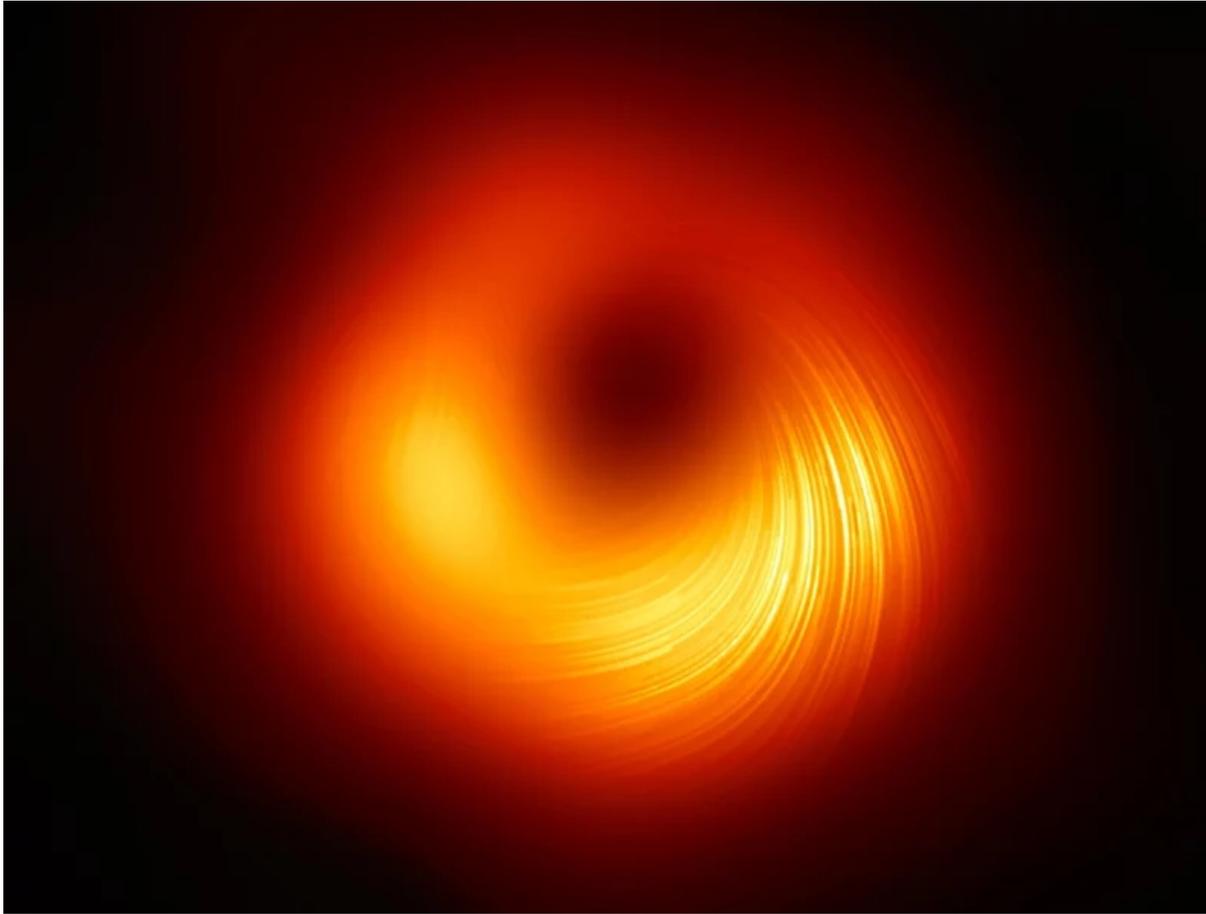
$$M/R > c^2/(2G) \Rightarrow v_L > c = 300\,000 \text{ km/s}$$

La vitesse de la lumière étant indépassable, rien ne peut se libérer de l'attraction d'un trou noir en dessous de $R_s = 2GM/c^2 = 3 M/M_\odot$.

Les trous noirs stellaires : collapses gravitationnels des étoiles



Trous noirs stellaires :
Masse : 3 à 15 M_{\odot} (6×10^{30} à 3×10^{31} kg)
Rayon : 9 km à 45 km
Densité : 2×10^9 t/cm³ à 8×10^7 t/cm³



*Trou noir supermassif au centre de la galaxie M87
(en lumière polarisée, Event Horizon Telescope, 2019)*

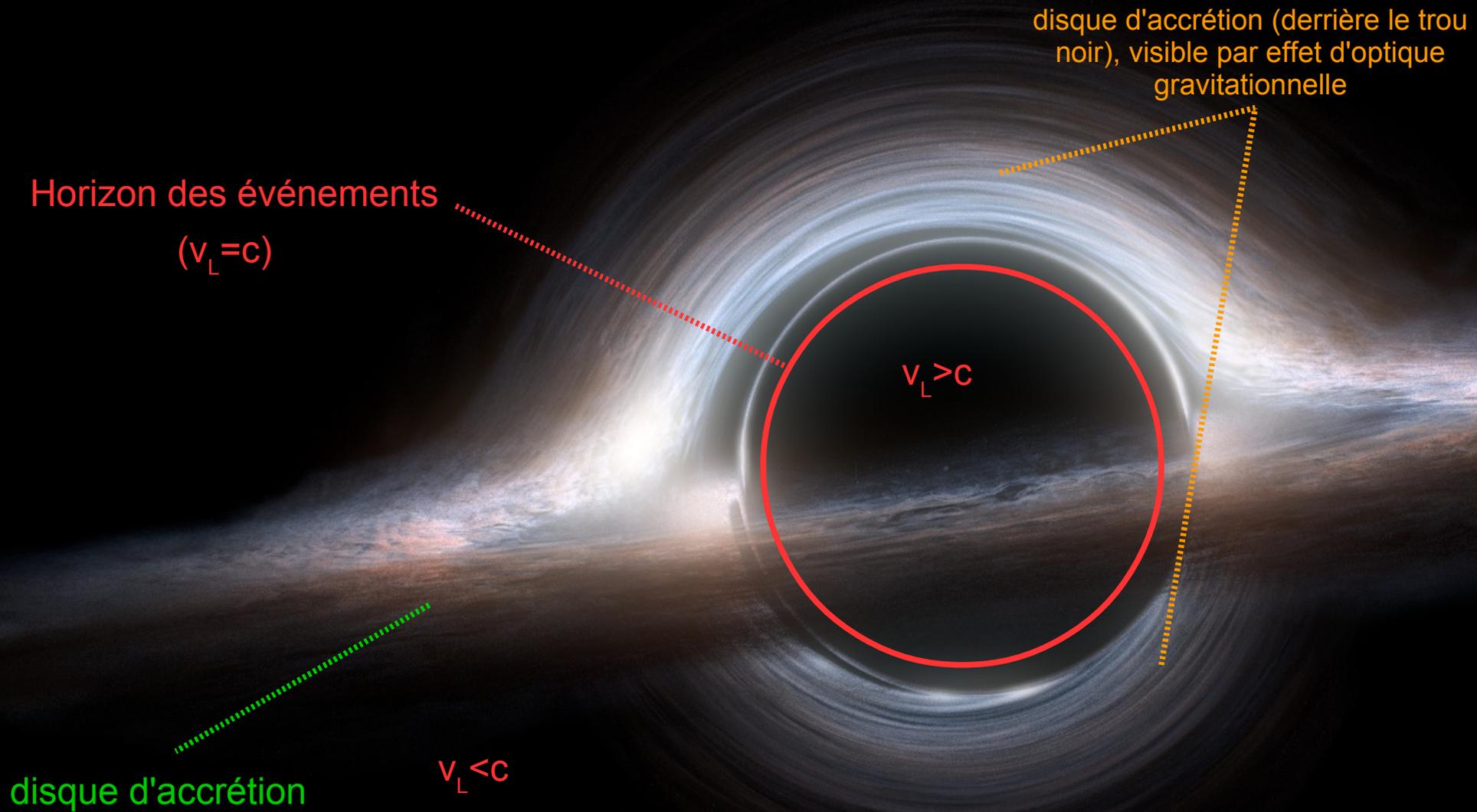
Trous noirs supermassifs:

Masse : 10^6 à $10^{11} M_{\odot}$ (2×10^{36} à 2×10^{41} kg)

Rayon : 3×10^9 m à 3×10^{14} m (2×10^{-2} ua à 2×10^3 ua)

Densité : 18 kg/cm^3 à $1.8 \text{ } \mu\text{g/cm}^3$

Allure d'un trou noir

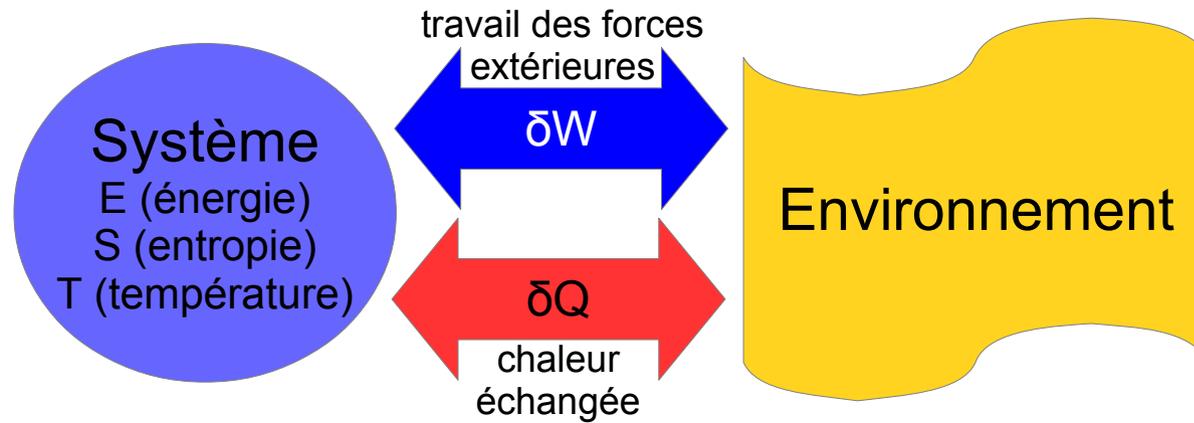


Simulation d'un trou noir (avec son disque d'accrétion) [O. James *et al*, Class. Quant. Grav. **32**, 065001 (2015)].

A black hole is depicted at the bottom center, surrounded by a glowing accretion disk with a color gradient from yellow to red. A blue, ethereal jet of radiation extends upwards from the black hole. The background shows a dark space with a starry field and a galaxy-like structure in the upper left. A white rectangular box is overlaid in the center, containing the title text.

Le rayonnement de Hawking

Les lois de la thermodynamique



1ère loi de la thermodynamique :

variation d'énergie $\Delta E = \delta W + \delta Q$

2nde loi de la thermodynamique :

variation d'entropie $\Delta S = \delta Q/T + \Delta S_{\text{créée}}$

accroissement spontané du désordre

S : l'entropie est la mesure du désordre à l'échelle microscopique qui est issue de l'agitation thermique des atomes et molécules.

T : la température est la mesure de l'agitation moyenne des atomes et des molécules.

Le cycle de Carnot

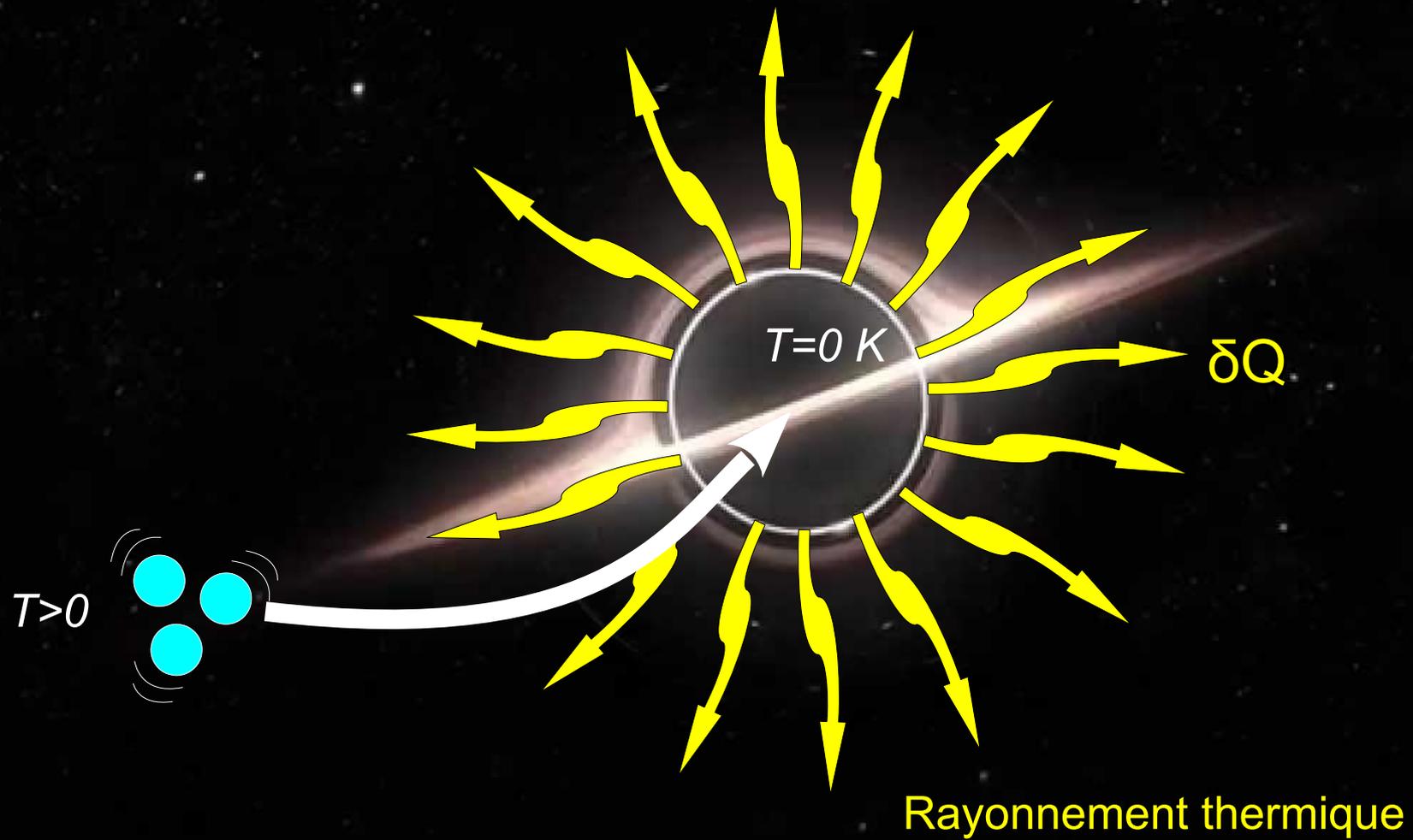


$$S_{\text{intérieur}}(0) \rightarrow S_{\text{intérieur}}(t) < S_{\text{intérieur}}(0)$$

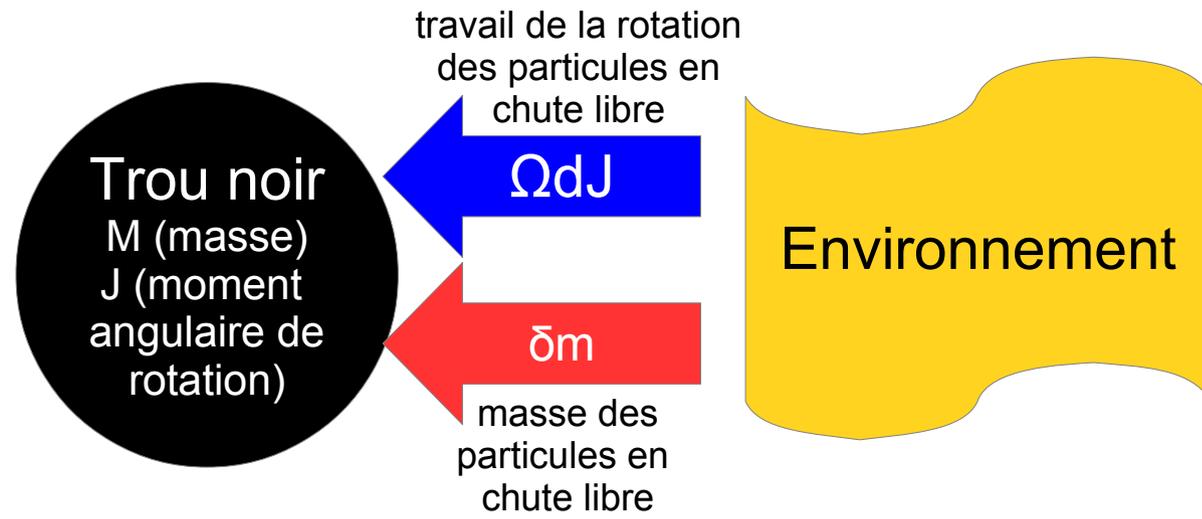
$$S_{\text{extérieur}}(0) \rightarrow S_{\text{extérieur}}(t) > S_{\text{extérieur}}(0)$$

$$S_{\text{intérieur}}(t) + S_{\text{extérieur}}(t) > S_{\text{intérieur}}(0) + S_{\text{extérieur}}(0)$$

Le rayonnement de Hawking



La thermodynamique des trous noirs



1ère loi de la thermodynamique :

variation d'énergie $\Delta Mc^2 = \Omega dJ + c^2 \delta m$

2nde loi de la thermodynamique :

variation d'entropie $\Delta S = k_B c^3 / (4G\hbar) dA$

$$\Delta S = c^2 \delta m / T$$

si $T = \hbar \kappa / (2\pi k_B c)$

- $\kappa = GM/R^2$ (gravité de surface)
- $A = 4\pi R^2$ (aire de l'horizon des événements)
- $R = 2GM/c^2$ (rayon de Schwarzschild)

La gravité de surface κ (accélération de la pesanteur au voisinage de l'horizon des événements) est donc une mesure de l'agitation moyenne au voisinage de l'horizon des événements.

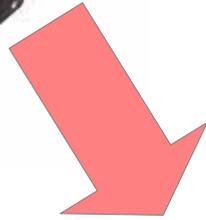
Or, la relativité générale prévoit que l'horizon est nécessairement vide ;
donc **qu'est-ce qui s'agite ?**

Le paradoxe de l'information

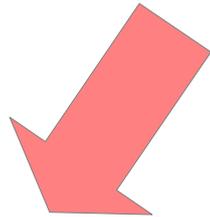
L'information comme quantité physique



séquences de polarisations
magnétiques de la matière



séquences
d'impulsions de
courants
électriques



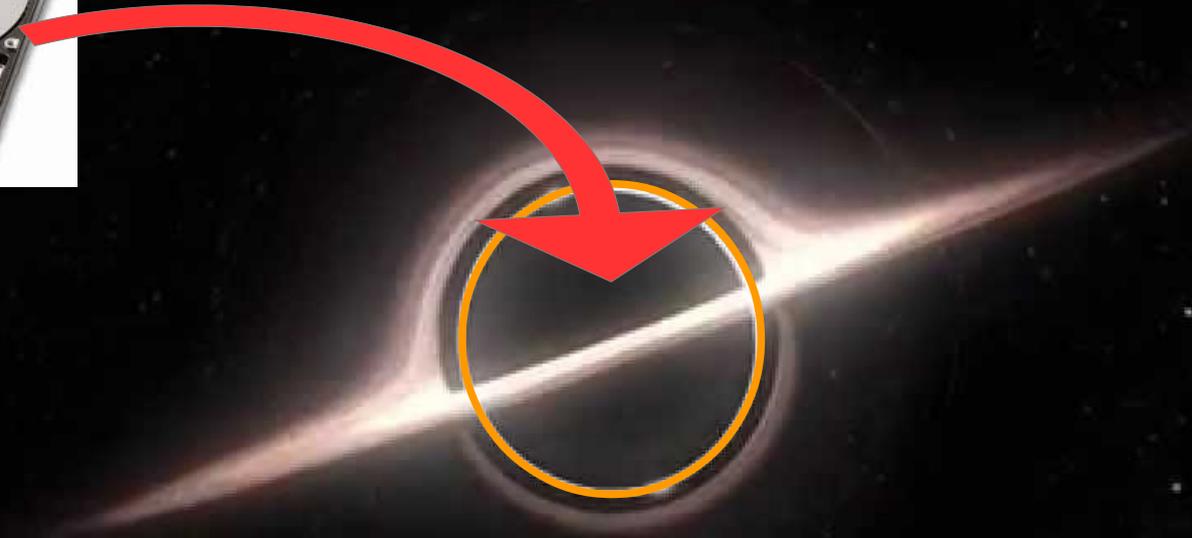
modulations de
flux d'ondes
lumineuses

Il y a bien une quantité
mesurable qui se transmet d'un
support physique à un autre.

...01010001010101001001...

Comme l'énergie,
l'information se conserve.

Le paradoxe de l'information



Du point de vue de l'observateur, l'information disparaît totalement.
Où passe t-elle ?

A golden, spherical, lattice-like structure resembling a complex network or a highly branched tree, set against a blue background. The structure is composed of numerous interconnected lines forming a dense, three-dimensional web. The overall shape is roughly spherical but with some irregularities, suggesting a complex, organic or mathematical form. The golden color is bright and metallic, contrasting sharply with the blue background.

L'idée de la correspondance AdS/CFT

L'application du chat d'Arnold :
 n, p dans $\{0, 1, 2, \dots, N-1\}$

$$\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} n+p \bmod N \\ n+2p \bmod N \end{pmatrix}$$

S_0 petit

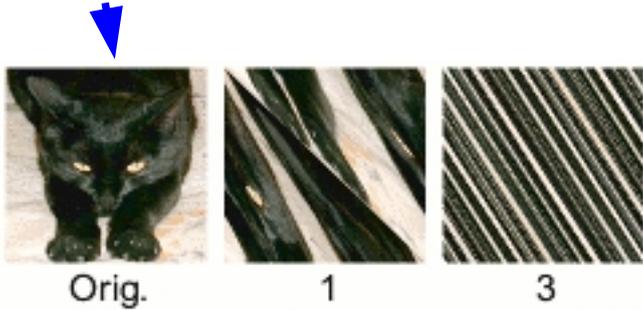
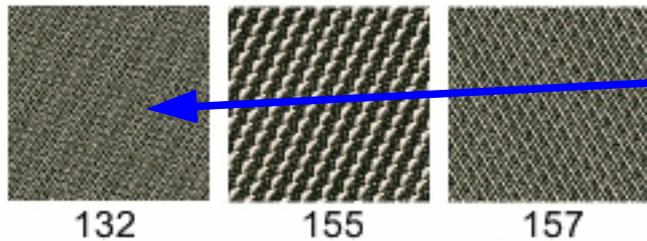


Image de 150 pixels sur 150 pixels ($N=150$)

(n, p) : coordonnées d'un pixel



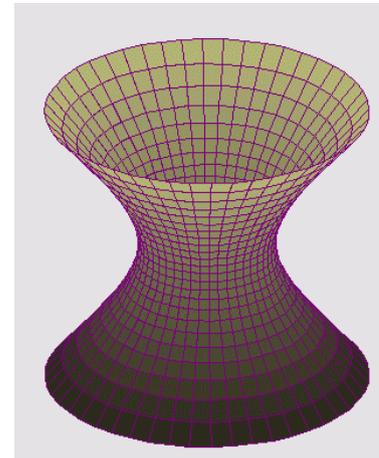
Sous l'effet du mélange, après 132 itérations, on a S_{132} grand.

La transformation $\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} n+p \text{ mod } N \\ n+2p \text{ mod } N \end{pmatrix}$ se caractérise par :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times 2 - 1 \times 1 = 1$$

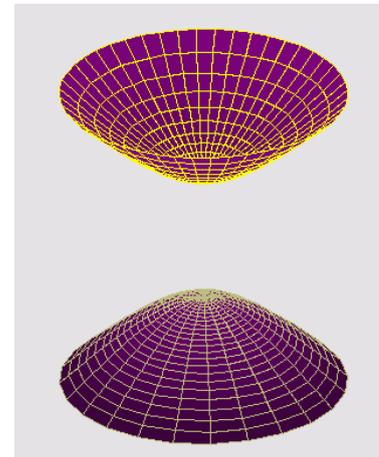
Cas général :

$$\begin{vmatrix} x & z+y \\ z-y & x \end{vmatrix} = x^2 + y^2 - z^2 = 1 \longrightarrow$$



hyperboloïde à une nappe

$$\begin{vmatrix} z-x & y \\ y & z+x \end{vmatrix} = z^2 - x^2 - y^2 = 1 \longrightarrow$$

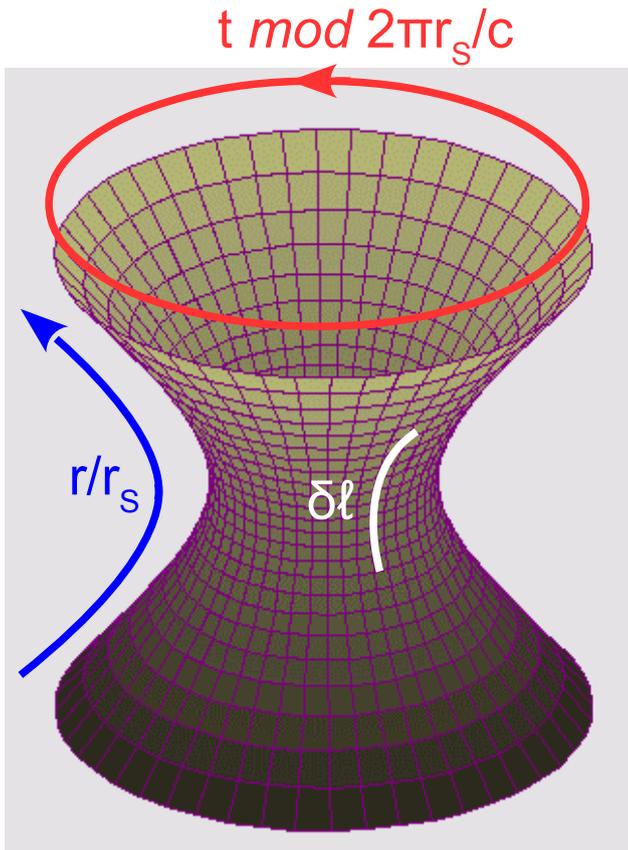


hyperboloïde à deux nappes

Géométrie des trous noirs

$$\begin{aligned}x &= \cosh(r/r_s) \cos(ct/r_s) \\y &= \cosh(r/r_s) \sin(ct/r_s) \\z &= \sinh(r/r_s)\end{aligned}$$

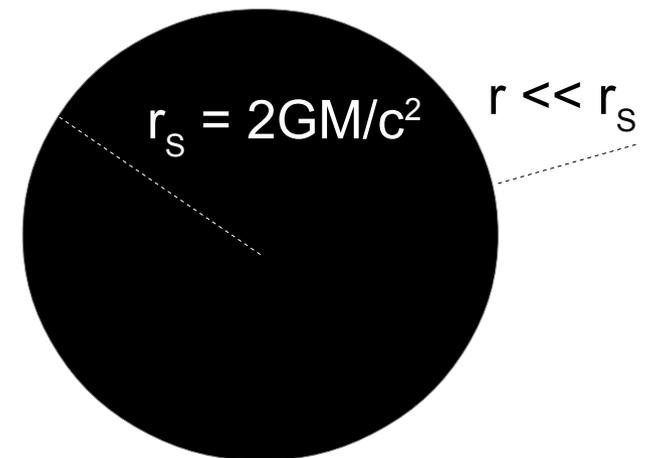
$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$



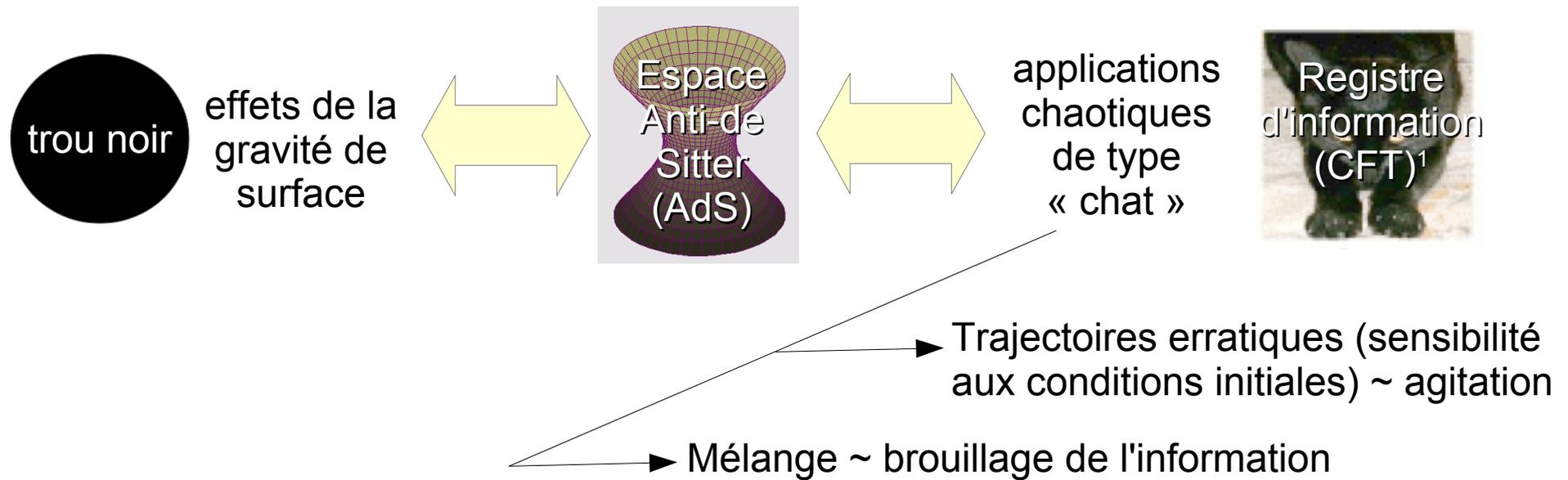
$$\delta\ell^2 = \left(\frac{r}{r_s}\right)^2 c^2 \delta t^2 - \left(\frac{r_s}{r}\right)^2 \delta r^2$$

~ énergie potentielle
de gravité de surface

facteur de dilatation
relativiste du temps



horizon d'un trou noir



→ C'est la structure même de l'espace-temps au voisinage de l'horizon qui s'agite.

→ L'information est stockée sur l'horizon et mélangée pour être rendue inaccessible.

Quelle est la nature physique du registre d'information qui forme le vide de l'horizon ?