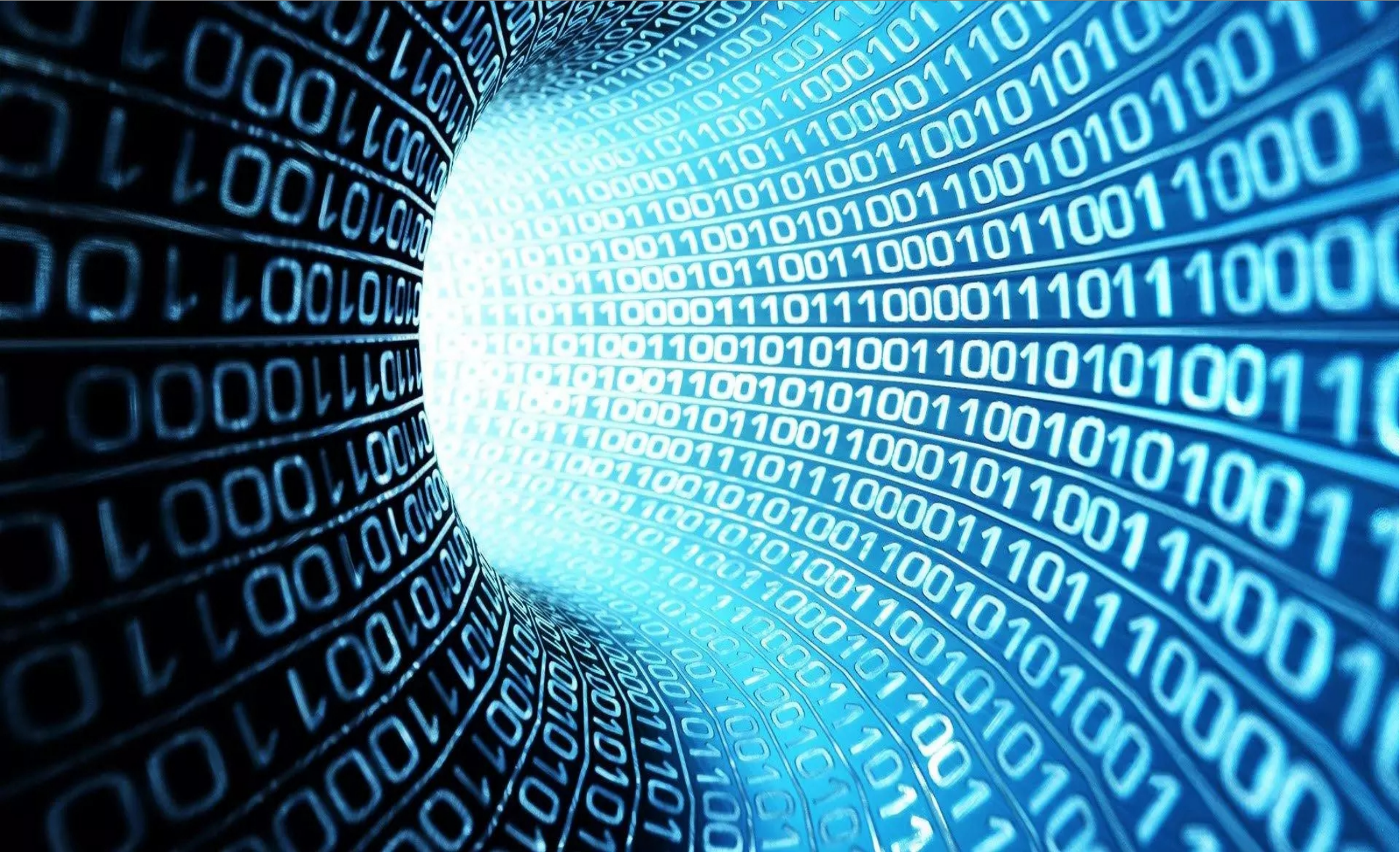


La physique de l'information

David Viennot - Maître de Conférences
Institut UTINAM (CNRS) / Observatoire de Besançon / UFC





La conservation de l'information

Les lois de conservation

« ... car rien ne se crée, ni dans les opérations de l'art, ni dans celles de la nature, et l'on peut poser en principe que, dans toute opération, il y a une égale quantité de matière avant et après l'opération ; que la qualité et la quantité des principes est la même, et qu'il n'y a que des changements, des modifications. »

Antoine Lavoisier

Dans les systèmes isolés :

- Conservation de la masse
 - Conservation de l'énergie
 - Conservation de la quantité de mouvement
 - Conservation du moment angulaire
 - Conservation de la charge électrique
 - Conservation du flux magnétique
 - Conservation de la charge de couleur (*charge de l'interaction nucléaire forte*)
 - Conservation des nombres leptonique et baryonique (*nature des particules fondamentales*)
- Conservation de la masse-énergie (*en régime relativiste, $E=mc^2$*)

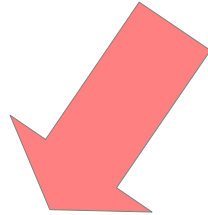
L'information comme quantité physique



séquences de polarisations
magnétiques de la matière



séquences
d'impulsions de
courants
électriques

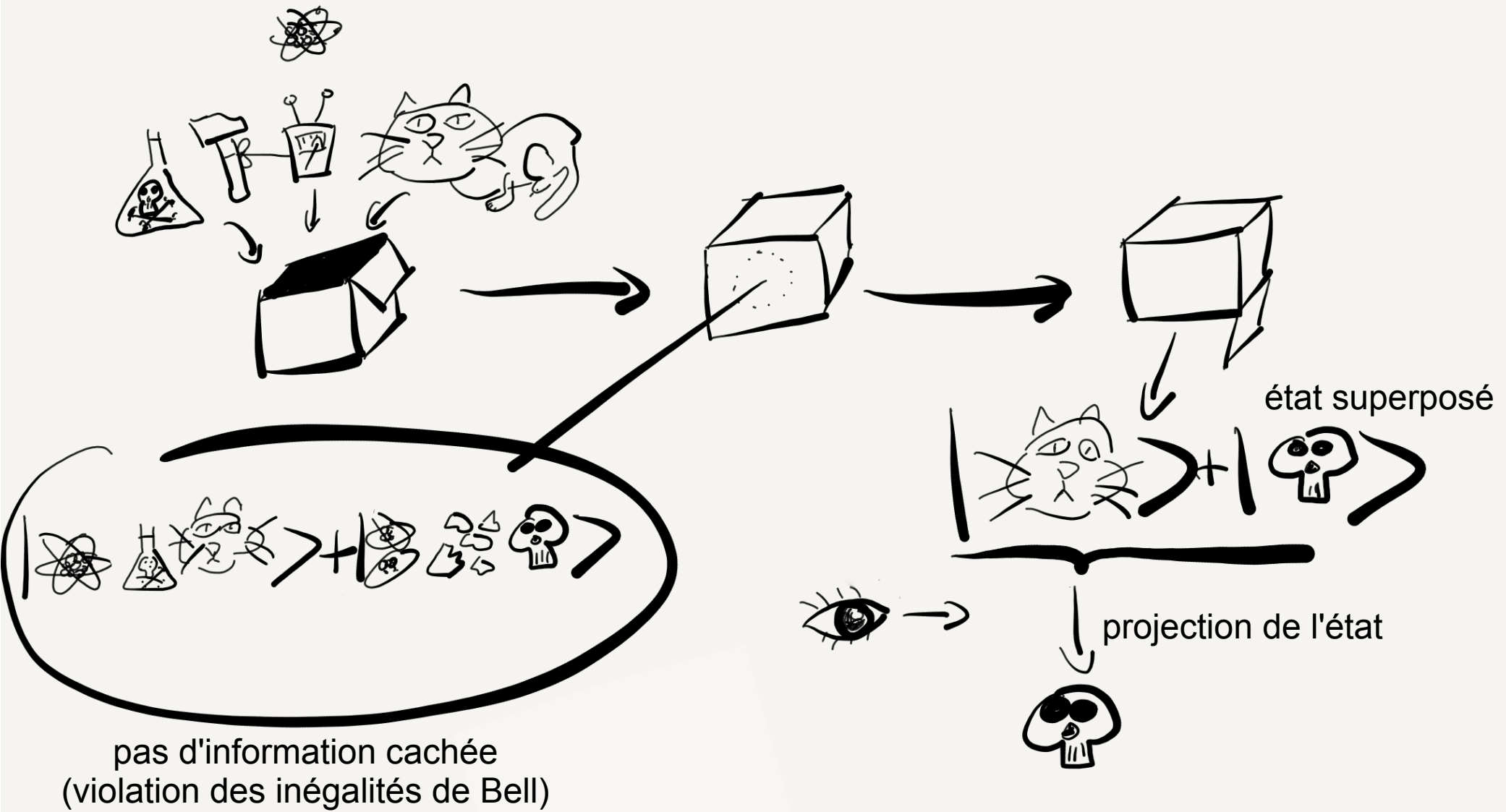


modulations de
flux d'ondes
lumineuses

Il y a bien une quantité
mesurable qui se transmet d'un
support physique à un autre.

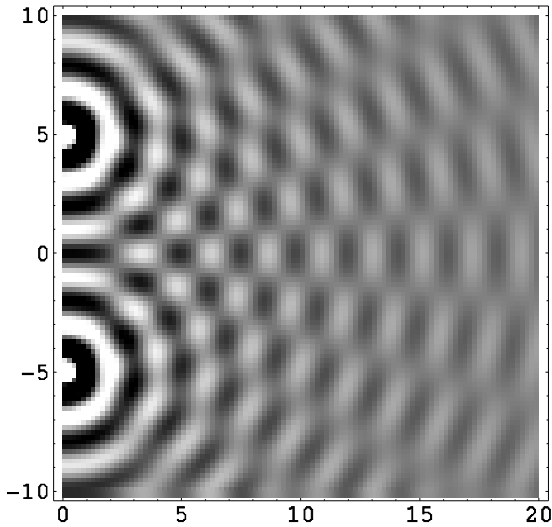
...01010001010101001001...

La mécanique quantique : la parabole du chat de Schrödinger

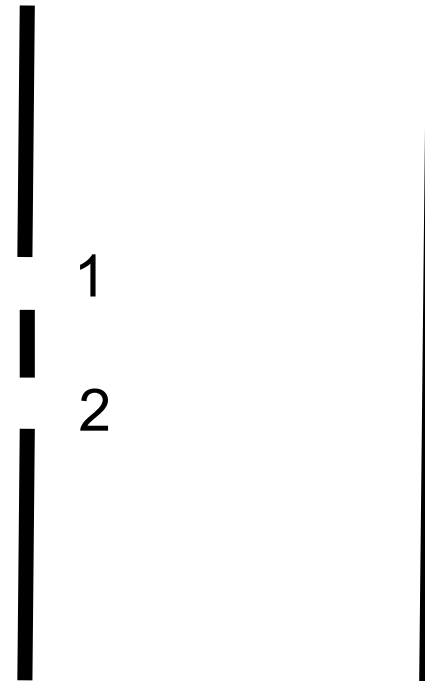


Les interférences quantiques

Les interférences sont typiques des phénomènes ondulatoires



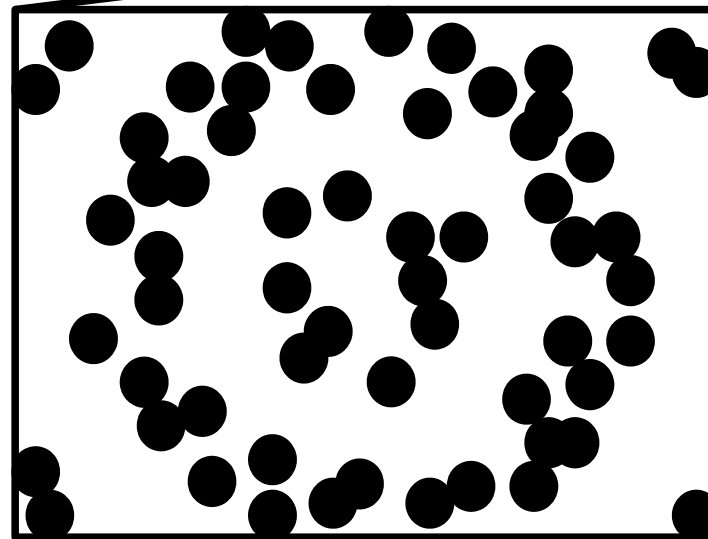
Source à une particule



$$|particule\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta(x,y) |\text{passage par 1}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta(x,y) |\text{passage par 2}\rangle$$

$$\begin{aligned} \text{probabilité d'impact au point } (x,y) : \\ p(x,y) &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta(x,y) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta(x,y) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} (\cos^2\theta(x,y) + \sin^2\theta(x,y) \\ &\quad + 2\cos\theta(x,y) \sin\theta(x,y)) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta(x,y)) \end{aligned}$$

interférences



Après de nombreux tirs

qubit (quantum bit) : unité fondamentale d'information aux échelles atomique et subatomique.

$$|\text{qubit}\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle \quad (\text{superposition de 0 et de 1})$$

$p_0 = |a_0|^2$: probabilité de trouver 0 si l'on mesure le qubit

$p_1 = |a_1|^2$: probabilité de trouver 1 si l'on mesure le qubit

$$\Rightarrow p_0 + p_1 = 1$$

Toute transformation $a_0|0\rangle + a_1|1\rangle \rightarrow a_0'|0\rangle + a_1'|1\rangle$ admissible vérifie donc :

$$|a_0|^2 + |a_1|^2 = |a_0'|^2 + |a_1'|^2 = 1$$

Effacement de l'information : $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$ & $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$

$$\Rightarrow a_0|0\rangle + a_1|1\rangle \rightarrow (a_0 + a_1)|0\rangle$$

$$\text{or } (a_0 + a_1)^2 = a_0^2 + 2a_0a_1 + a_1^2 = 1 + 2a_0a_1 \neq 1$$

L'effacement de l'information n'est pas un processus physique !

De même la duplication parfaite de l'information n'est pas un processus physique.

\Rightarrow L'information se conserve.

MUSE

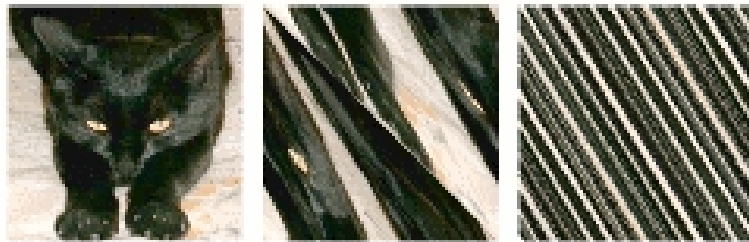
T H E

2 N D

L A W

L'entropie

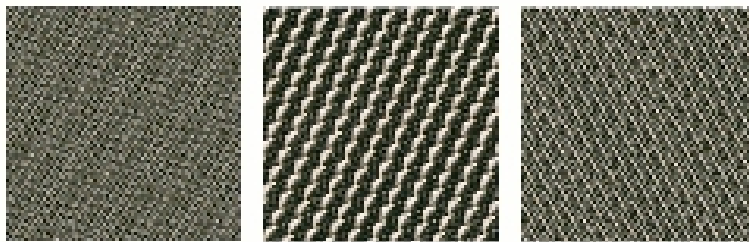
A complex, multi-colored fiber optic or neural network visualization. The structure consists of numerous thin, overlapping lines in various colors (red, orange, yellow, green, cyan, blue, purple, magenta) that form a dense, branching, and somewhat chaotic pattern. The lines are most concentrated in the upper right and lower left areas, with a central horizontal band where they appear to cross or merge. The overall shape is roughly fan-like or tree-like, with a central trunk and many smaller branches extending outwards. The background is black, making the colorful lines stand out prominently.



Orig.

1

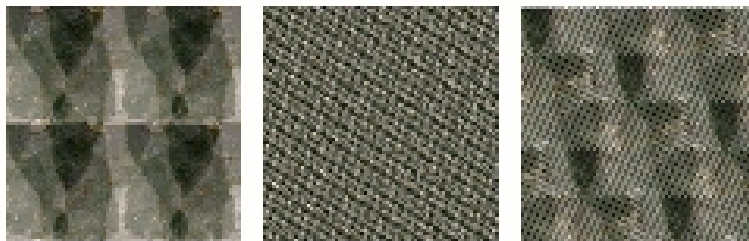
3



132

155

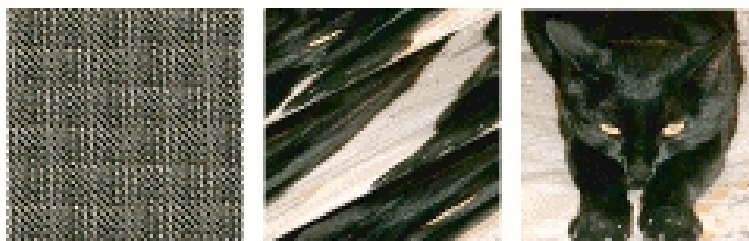
157



200

211

240



275

299

300

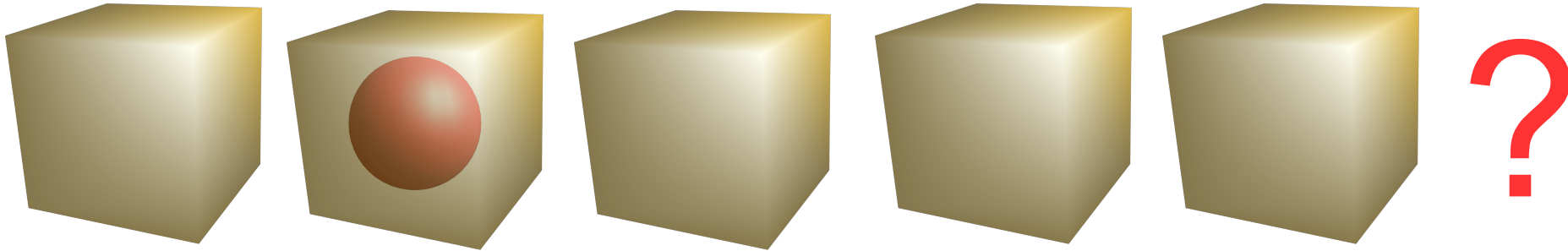
Image de résolution 150x150 pixels

$$\begin{cases} n_l \rightarrow 2n_l + n_c & \text{mod } 150 \\ n_c \rightarrow n_l + n_c & \text{mod } 150 \end{cases}$$

(application du chat d'Arnold)

L'information ne disparaît pas, elle peut seulement être suffisamment mélangée pour que son extraction soit impossible dans un temps raisonnable à l'échelle humaine.

Mesure du manque d'information = Mesure du désordre
= *entropie*



p_i : probabilité de trouver une boule dans la i -ème boîte

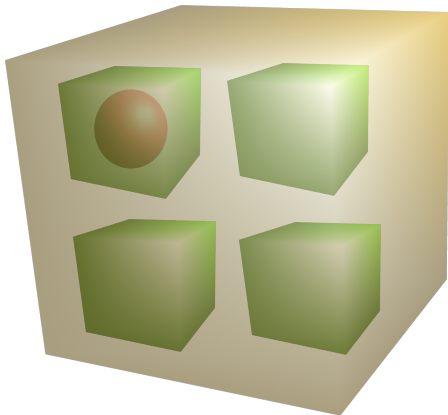
Contribution à l'entropie :

$p_i = 0$ (certitude pas de boule dans la boîte i)

→ $S(0) = 0$

$p_i = 1$ (certitude que la boule est dans la boîte i)

→ $S(1) = 0$

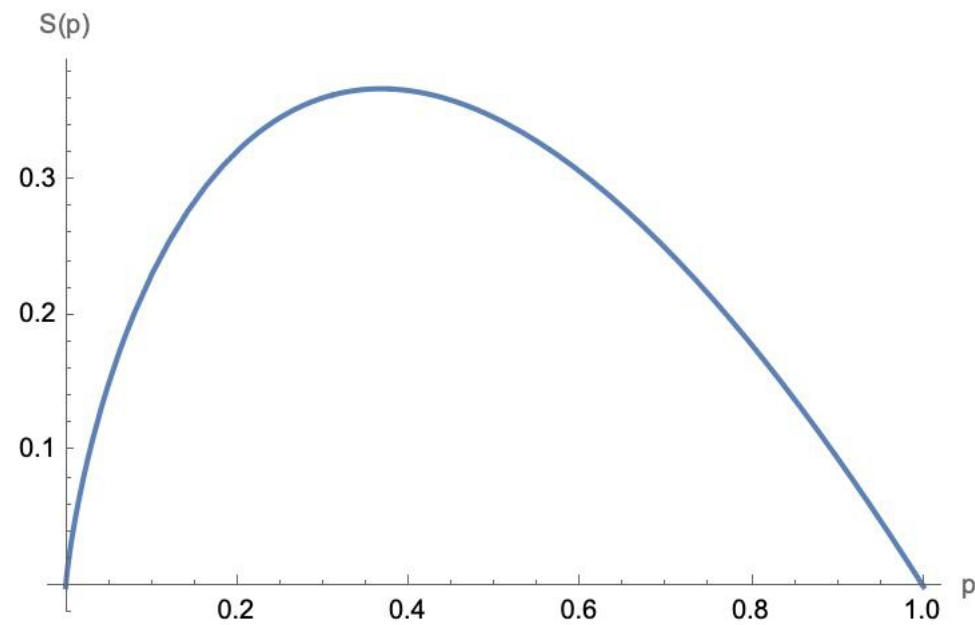


$p_{ai} = p_a p_i$: probabilité de trouver la boule dans la a -ième petite boîte à l'intérieur de la i -ème grande boîte.

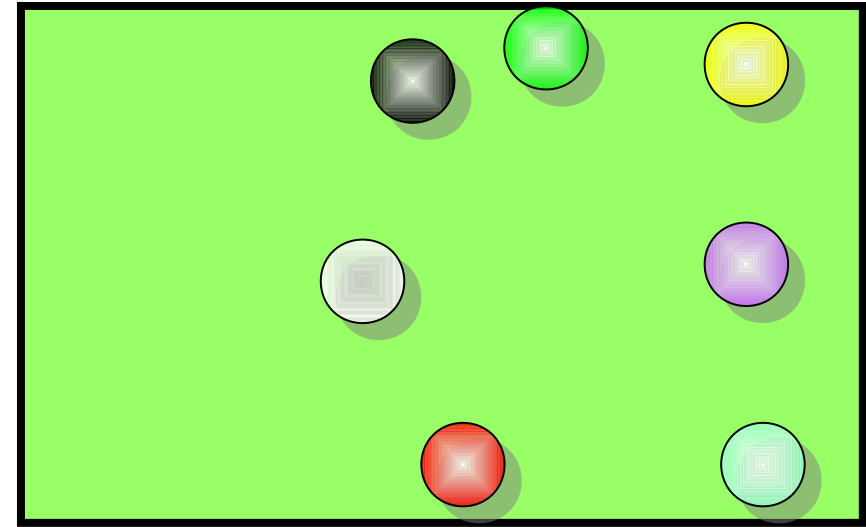
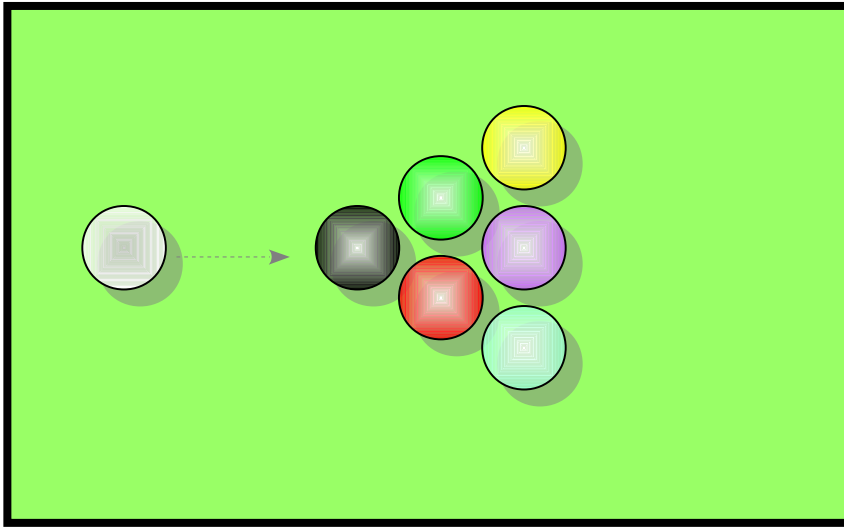
$$S(p_a p_i) = S(p_a) + S(p_i)$$

$$S = - \sum_i p_i$$

$$\ln(p_i)$$



Le second principe de la thermodynamique

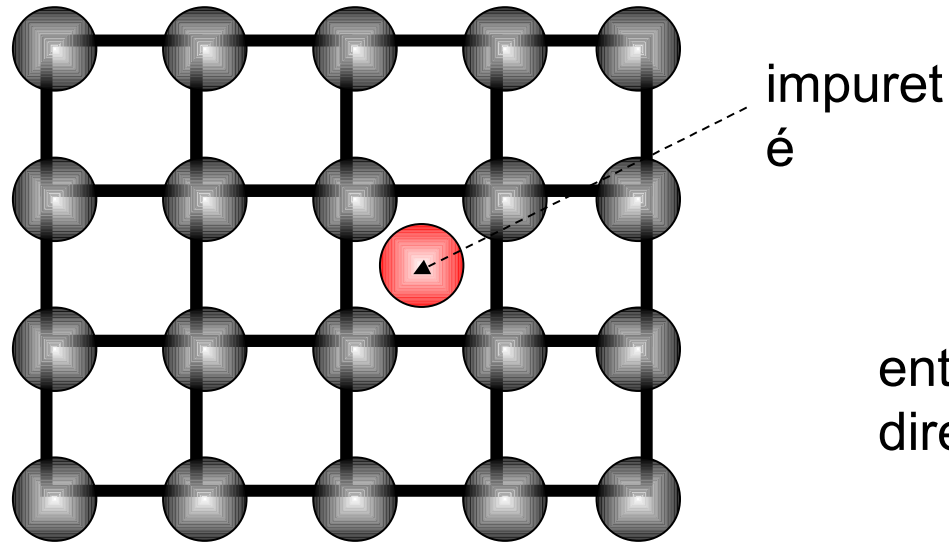


Entropie S = mesure du désordre

$$S_{\text{avant coup de billard}} < S_{\text{après coup de billard}}$$

L'entropie d'un système isolé ne peut (probablement) que croître.

Entropie dans un cristal :



N : nombre de sites dans le cristal
(supposés équiprobables) =
"nombre de microétats possibles
pour l'impureté"
 $p_i = 1/N$

entropie (mesure du désordre) dépend
directement de N :

$$S = \ln N$$

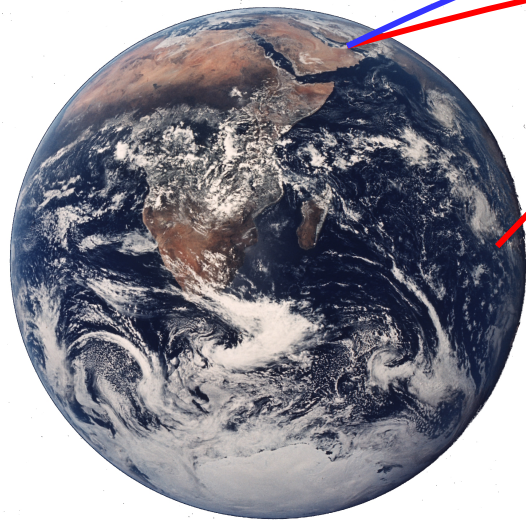
$$N \sim \mathcal{N}_A = 6 \times 10^{23} \text{ (nombre d'Avogadro)}$$

... avec des probabilités aussi faibles, les chances d'observer
l'entropie décroître dans un temps raisonnable sont totalement
négligeables.



Le paradoxe de l'information

La vitesse de libération



$v < v_L$

$v > v_L$

m : masse du projectile

M : masse de la Terre

R : rayon de la Terre

Energie cinétique : $\frac{1}{2} mv^2$

Energie potentielle de pesanteur au sol : $- GmM/R$

Pour se libérer de l'attraction terrestre : $\frac{1}{2} mv^2 \geq GmM/R$

$$v_L = \sqrt{2GM/R}$$

$$= 11,2 \text{ km/s} = 40\,300 \text{ km/h}$$

Pour un trou noir (par définition) on a :

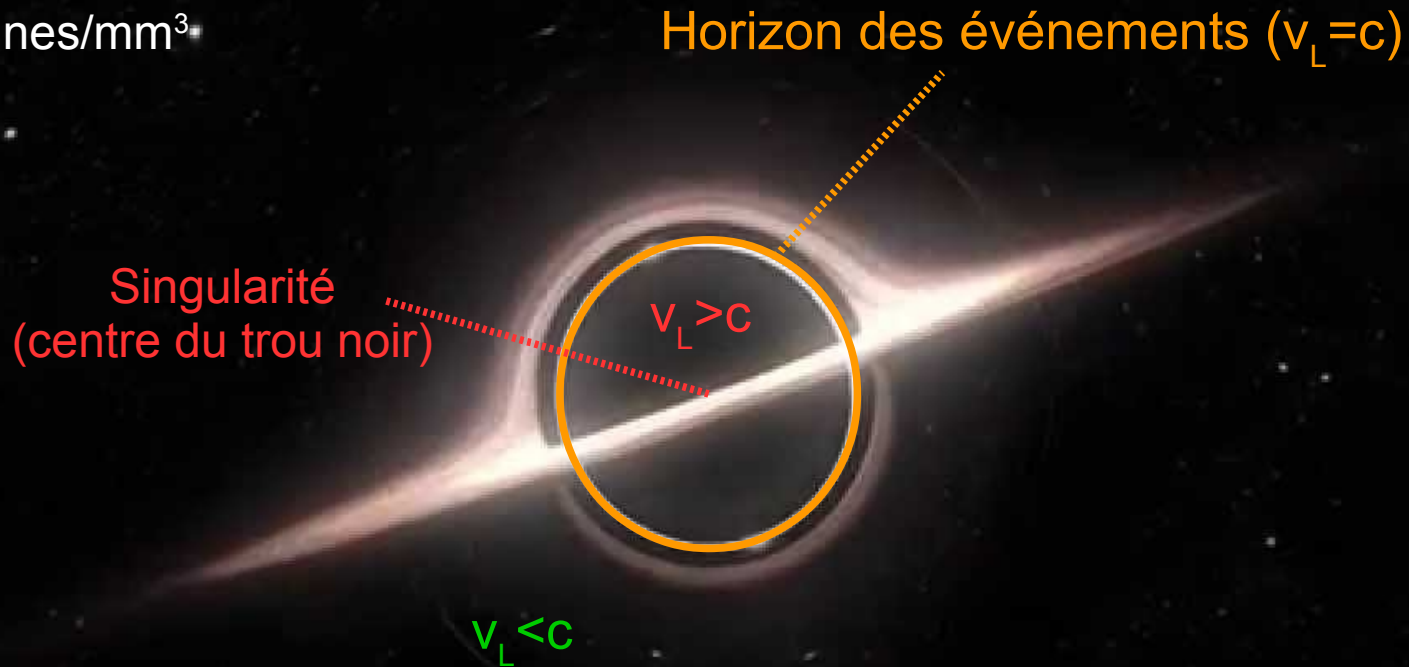
$$M/R > c^2/(2G) \Rightarrow v_L > c = 300\,000 \text{ km/s}$$

La vitesse de la lumière étant indépassable, rien ne peut se libérer de l'attraction d'un trou noir en dessous de $R_s = 3 M/M_\odot R_\odot$.



Les trous noirs

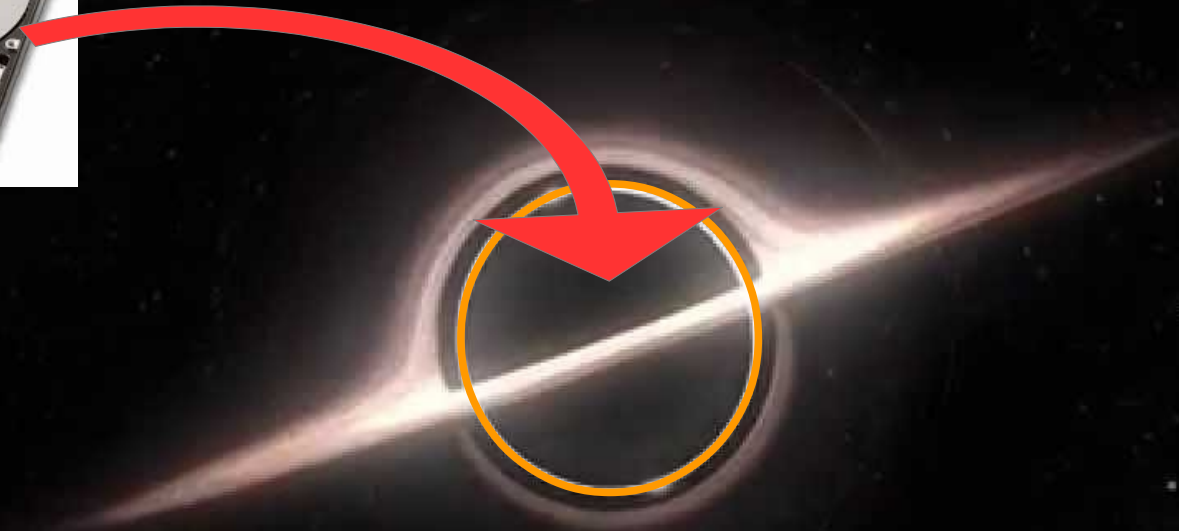
Limite basse de masse :
 $M=3.4M_{\odot}$ $R=10.2\text{km}$
 $1\,500\,000\text{ tonnes/mm}^3$



v_L : vitesse de libération de l'attraction gravitationnelle

c : vitesse de la lumière (300 000 km/s)

Le paradoxe de l'information

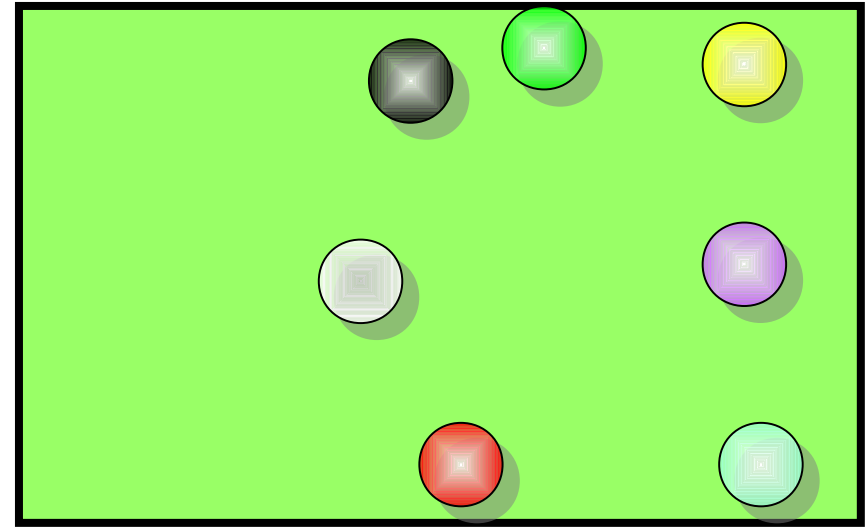
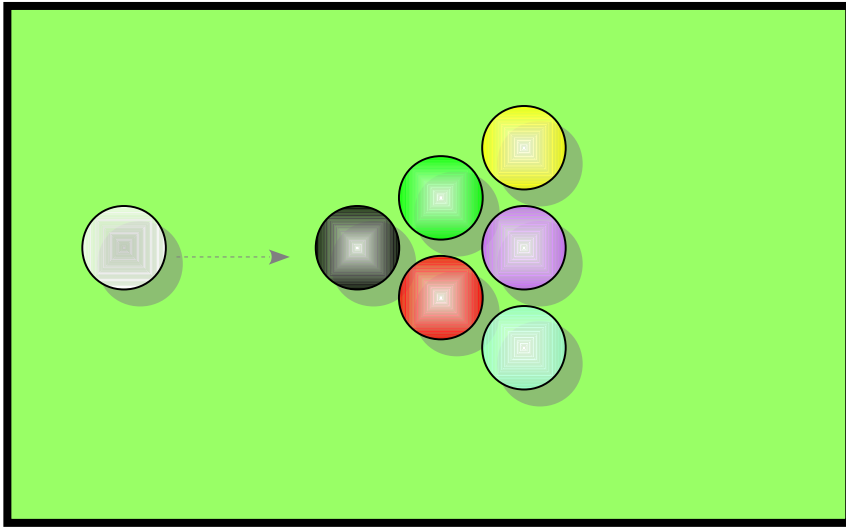


Du point de vue de l'observateur, l'information disparaît totalement.



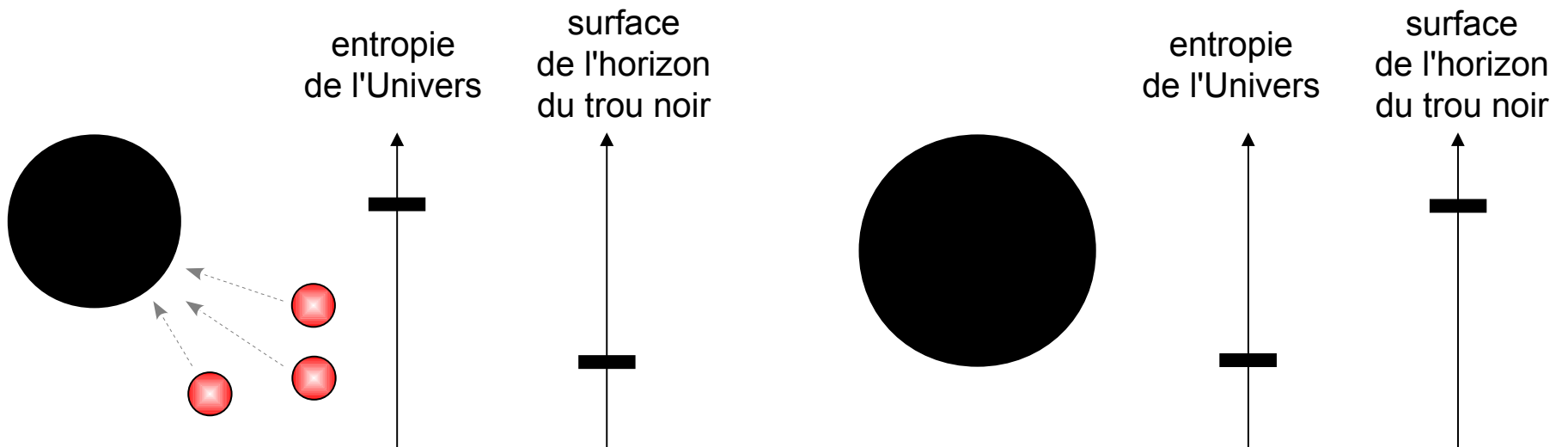
Le principe holographique

La restauration du 2nd principe de la thermodynamique



$$S_{\text{avant coup de billard}} < S_{\text{après coup de billard}}$$

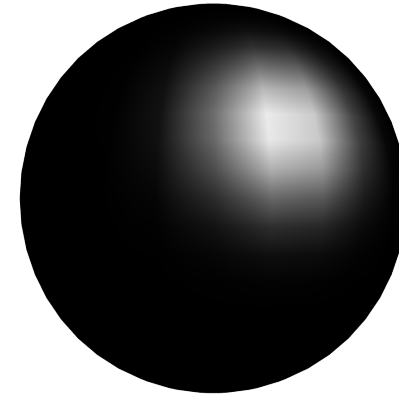
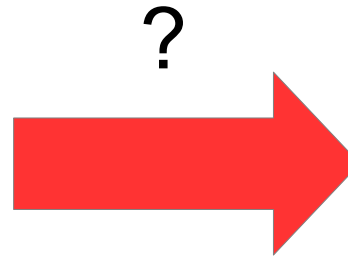
surface de l'horizon d'un trou noir ~ entropie



L'information serait donc encodée sur l'horizon des événements.

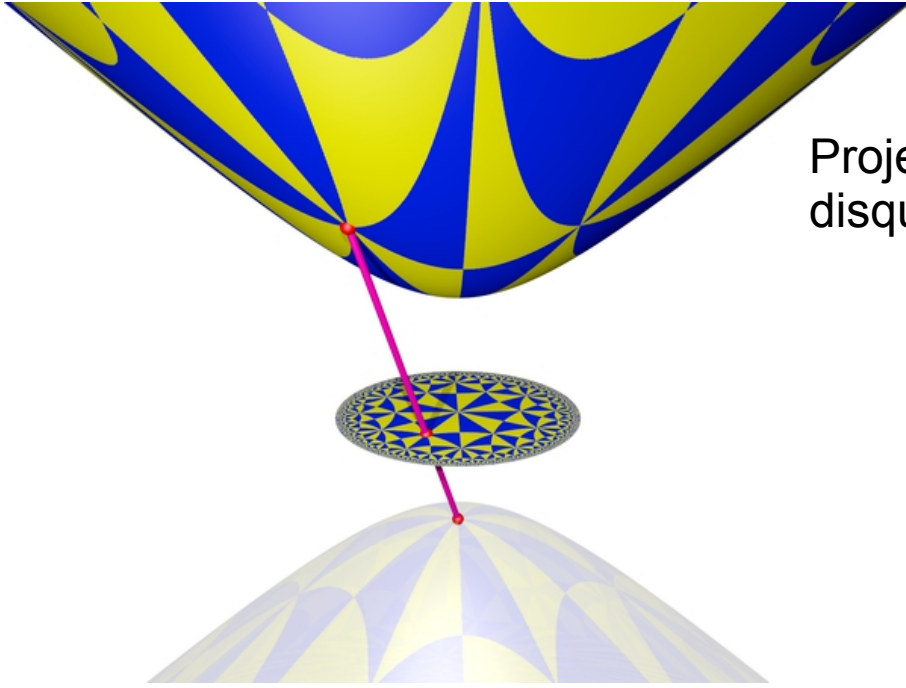


quantité d'information $\sim R^3$



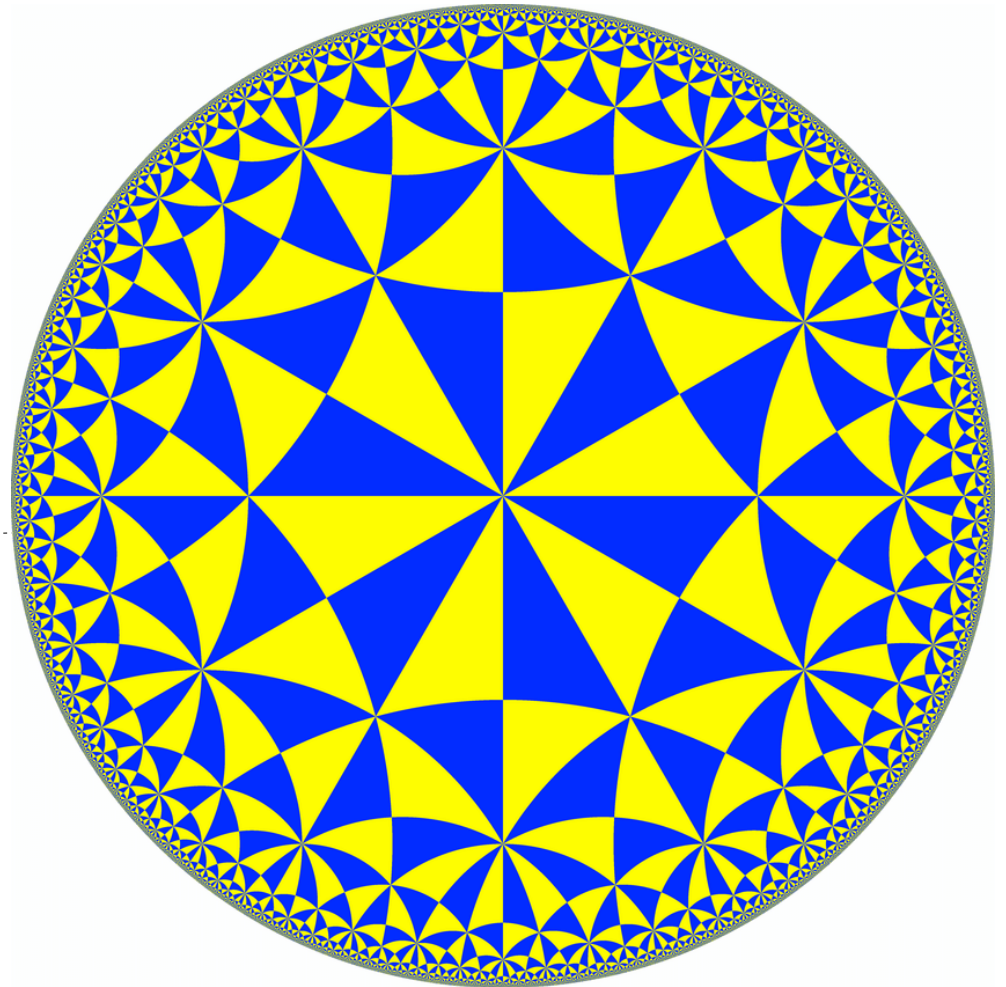
aire de l'horizon = $4\pi R^2$

Le disque de Poincaré

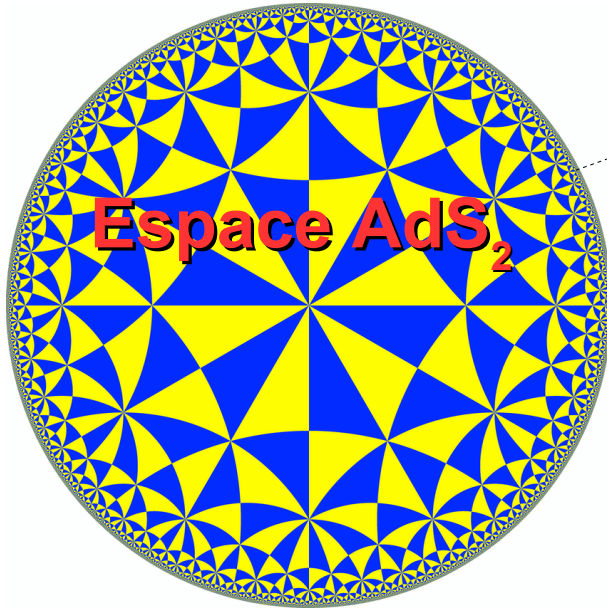


Projection stéréographique de l'hyperboloïde sur le disque de Poincaré

Disque de Poincaré



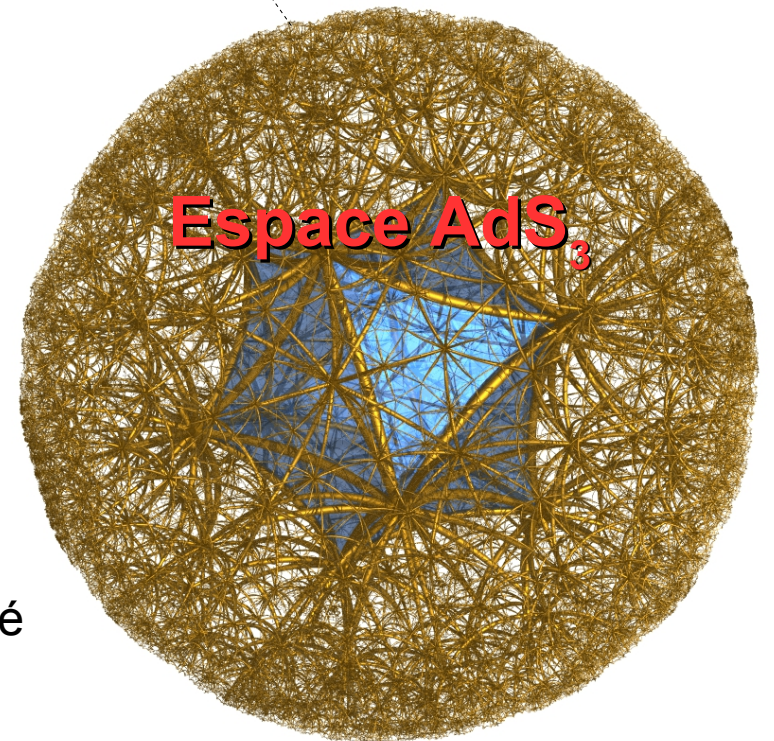
Cercle limite
(à l'infini sur l'hyperboloïde)



Théorie de l'information CFT₁

Disque de Poincaré

Théorie de l'information CFT₂



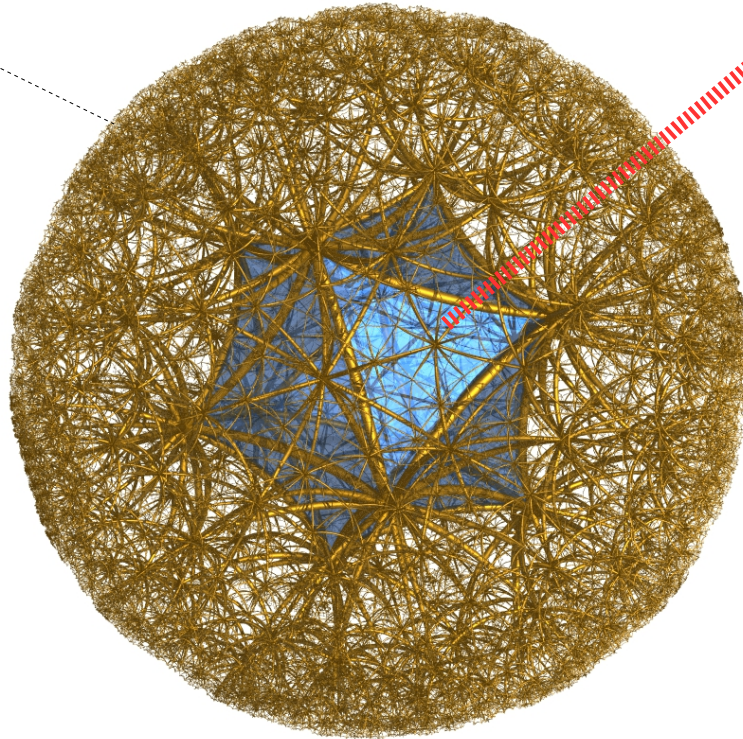
Boule de Poincaré

AdS : Anti de Sitter (cosmologie hyperbolique)

CFT : théorie de champ conforme (exemple : théorie des champs électromagnétiques)

Le principe holographique

horizon des événements
du trou noir encodant
l'information dans une
théorie CFT_2



hologramme de l'information
3D dans un espace anti de
Sitter (**pas l'intérieur du
trou noir!!!**)

- Quel est le support physique de l'information sur l'horizon ? **La théorie de la relativité générale prévoit que l'horizon des événements est nécessairement vide !!!**
- Par quel processus l'information passe t-elle de son support physique originel à l'horizon ?
- Quel processus brouille t-il l'information sur l'horizon pour que celle-ci ne soit pas extractible par un observateur ?